Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович
Должность: Проректор по учебной и методической работе
Дата подписания: 17.04.2025 15:48:03
Уникальный программный ключ:
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))

Центр среднего профессионального образования

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной
и методической работе
_____Б. В. Пекаревский

Рабочая программа учебной дисциплины

ОП 01 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

(шифр и наименование дисциплины по учебному плану)

Специальность
18.02.15. Биохимическое производство

Квалификация выпускника	**Техник-технолог**
Форма обучения	**очная**
Уровень образования, необходимый для приема на обучение по ППССЗ	**среднее общее образование**
Срок получения СПО по ППССЗ базовой подготовки	**2 года 10 месяцев**
Год начала подготовки	**2025**

Санкт-Петербург

Рабочая программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС), входящего в состав укрупненной группы профессий, специальностей 18.00.00 Химические технологии, по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО) **18.02.15 «Биохимическое производство»**

Организация-разработчик: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Центр среднего профессионального образования).

Программу составил

К.т.н, старший преподаватель _____ В.А. Боровков
(должность, квалификационная категория) (подпись) (Фамилия И.О.)

Программа обсуждена и одобрена на заседании Методического совета
протокол № 2 от 19.11.2024

Рабочая программа утверждена в составе ОП решением Ученого совета СПбГТИ (ТУ) №10 от 26.11.2024г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой технологии
микробиологического синтеза_____ М.М. Шамцян
(подпись (Фамилия И.О.)

Директор ЦСПО _____ А.А.Киселева
(подпись) (Фамилия И.О.)

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯУЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ПРИЛОЖЕНИЕ А «ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ»

1. 1. Общая характеристика рабочей программы дисциплины

Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы:

Рабочая программа учебной дисциплины «Математические методы решения прикладных профессиональных задач» является частью основной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности среднего профессионального образования 18.02.15 «Биохимическое производство».

1.1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися приобретаются следующие умения и знания:

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 01 ***ОК 02*** ***ОК 05***	– решать обыкновенные дифференциальные уравнения; – применять математические методы для решения профессиональных задач; – использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях.	– основные понятия и методы математического анализа; – основы дифференциального и интегрального исчисления; – основы теории дифференциальных уравнений; – основы дискретной математики; – основные понятия теории вероятностей и математической статистики; – основные численные методы решения прикладных задач.

1.2. Количество часов на освоение программы дисциплины:

всего учебной нагрузки обучающегося 72 часов, в том числе:
обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося 64 часа,
самостоятельной работы обучающегося 8 часов.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Объем образовательной программы	72
Самостоятельная работа. Изучение рекомендованной литературы. Выполнение домашних заданий. Чтение и анализ конспекта лекций. Решение типовых задач по теме занятия.	8
Нагрузка во взаимодействии с преподавателем в том числе:	**64**
теоретическое обучение	32
практические занятия	32
Промежуточная аттестация[1] в форме зачета с оценкой	

[1] Форма и периодичность промежуточной аттестации определяются образовательной организацией.

2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем часов	Осваиваемые элементы компетенций
1	**2**	**3**	**4**
Введение	**Содержание учебного материала**	2	***ОК 01, 02,05,***
	Цели и задачи дисциплины. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы. Основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.		
Раздел 1. Введение в анализ и теория действительных чисел		***16***	
Тема 1.1. Элементы теории множеств	**Содержание учебного материала**	2	***ОК 01, 02,***
	Множества. Способы задания множеств. Сравнение множеств. Операции над множествами. Отображения множеств и их свойства. Декартово произведение множеств, бинарные отношения. Взаимнооднозначное соответствие между множествами. Эквивалентные множества. Счетные и несчетные множества. Верхние и нижние грани. Множество действительных чисел. Приближённые вычисления.		
	Практическое занятие: Решение задач по теме «Множества».	**2**	
Тема 1.2. Алгебра векторов и матриц	**Содержание учебного материала**	2	***ОК 01, 02,***
	Определение вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Скалярное произведение векторов. Смешанное и векторное произведение. Условия коллинеарности и компланарности. Системы линейных уравнений. Векторное пространство. Базис. Декартова система координат. Матрицы. Операции над матрицами. Виды матриц. Элементарные преобразования матриц. Понятие детерминанта, его свойства. Существование и единственность детерминанта. Вырожденные и невырожденные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Запись СЛАУ в матричной форме. Метод обратной матрицы решения СЛАУ. Формулы Крамера. Решение СЛАУ методом Гаусса.		
	Практическое занятие: Операции над векторами. Алгебра векторов. Матричные вычисления. Системы линейных алгебраических уравнений.	**2**	
Тема 1.3. Основные понятия математического анализа	**Содержание учебного материала**	4	***ОК 01, 02,***
	Понятие функции. Числовые функции. Основные характеристики функций. Последовательность. Окрестность точки. Модуль числа. Определение предела последовательности и предела функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы.		

	Теоремы о существовании и единственности предела. Свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Формулы первого и второго замечательных пределов. Способы раскрытия неопределенностей. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.		
	Практическое занятие: Вычисление пределов функций. Исследование функции на непрерывность. Первый и второй замечательные пределы.	**4**	
Раздел 2. Дифференциальное и интегральное исчисление		***28***	
Тема 2.1. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	**Содержание учебного материала**		***ОК 01, 02,***
	Понятие производной функции. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Производные элементарных функций. Формулы и правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная неявной функции. Производные высших порядков. Приложения производной.	4	
	Практическое занятие: Вычисление производных функций. Исследование функций с помощью производных. Применение производной к вычислению пределов. Правило Лопиталя.	**4**	
	Самостоятельная работа обучающихся Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания.	1	
Тема 2.2. Интегральное исчисление функции одной переменной	**Содержание учебного материала**		***ОК 01, 02, ,***
	Первообразная функции. Определение и свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, по частям. Определение и свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур. Использование определенного интеграла для решения задач, связанных с практической деятельностью.	4	
	Практическое занятие: Вычисление интегралов методами непосредственного интегрирования, заменой переменной и по частям. Вычисление определённых интегралов.	**4**	
	Самостоятельная работа обучающихся Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания.	1	
Тема 2.3. Дифференциальные уравнения	**Содержание учебного материала**		***ОК 01, 02,***
	Основы теории дифференциальных уравнений: основные понятия и определения. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка: уравнения с разделенными и разделяющимися переменными, однородные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним, линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения второго и высших порядков: уравнения, допускающие понижение порядка, линейные уравнения второго и высших порядков	4	

	с постоянными коэффициентами.		
	Практическое занятие: Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными. Решение линейных дифференциальных уравнений первого и высших порядков.	**6**	
	Самостоятельная работа обучающихся Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания.	1	
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных		***5***	
Тема 3.1. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	**Содержание учебного материала**		***ОК 01, 02***
	Частные производные. Производная по направлению. Градиент. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных.	2	
	Практическое занятие: Нахождение производных функций нескольких переменных. Задачи на поиск экстремальных значений функции, встречающиеся в профессиональной деятельности.	**2**	
	Самостоятельная работа обучающихся Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания.	1	
Раздел 4. Ряды		***4***	
Тема 4.1. Числовые ряды	**Содержание учебного материала**		***ОК 01, 02,05,***
	Понятие ряда. Частичная сумма ряда. Сходимость и расходимость числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда. Достаточные признаки сходимости числовых рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда. Признак Лейбница.	2	
	Практическое занятие: Нахождение суммы числового ряда. Задачи на доказательство сходимости (или расходимости) числовых рядов.	**2**	
	Самостоятельная работа обучающихся Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания.	1	
Раздел 5. Теория вероятностей и математическая статистика		***8,4***	
Тема 5.1. Основы теории вероятностей	**Содержание учебного материала**		***ОК 01, 02,05,***
	События и их классификация. Сумма и произведение событий. Понятие вероятности случайных событий. Классическое (частотное) и аксиоматическое определения вероятности. Свойства вероятностей. Теоремы о вероятностях случайных событий. Формулы комбинаторики. Формула Бернулли.	2	

	Практическое занятие: Вычисление вероятностей случайных событий. Формула полной вероятности. Задачи комбинаторики.	**2**	
	Самостоятельная работа обучающихся Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания.	1	
Тема 5.2. Основы математической статистики	**Содержание учебного материала**		***ОК 01, 02,05,***
	Понятие случайной величины. Дискретная и непрерывная случайные величины. Распределение случайной величины. Функция распределения и плотность вероятности случайной величины. Нормальный закон распределения. Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратичное отклонение случайной величины. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Представление данных в виде гистограммы. Мода, медиана, размах варьирования, коэффициент вариации.	2	
	Практическое занятие: Построение закона распределения случайных величин. Вычисление числовых характеристик случайной величины. Решение прикладных задач, связанных с профессиональной деятельностью.	**4**	
	Самостоятельная работа обучающихся	2	
Промежуточная аттестация			
Всего:		***72***	

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Для реализации программы учебной дисциплины предусмотрены специальные помещения.

Учебные занятия проводятся в специальных помещениях, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий всех видов, предусмотренных образовательной программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

При проведении лекционных и практических занятий по дисциплине используется аудиторный фонд учебно-методического управления, мультимедийное оборудование. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

3.2. Информационное обеспечение обучения

В качестве основной литературы образовательная организация использует учебники, учебные пособия, предусмотренные ОП по специальности. Электронно-библиотечная система и электронная информационно-образовательная среда, профессиональные базы данных и информационно-справочные системы обеспечивают одновременный доступ не менее 25 процентов обучающихся.

Основная литература:

1. Григорьев, С.Г. Математика : учебник для образовательных учреждений среднего профессионального образования / С.Г. Григорьев, С.В. Иволгина; под ред. В.А. Гусева. – 10-е изд., стер. – М. : Академия, 2014. – 416 с. – ISBN 978-5-4468-0624-9.

Дополнительная литература:

1. Гончаренко, В.М. Элементы высшей математики : учебник / В.М. Гончаренко, Л.В. Липагина, А.А. Рылов. – М.: КНОРУС, 2022. – 363 с. – ISBN 978-5-406-09798-4. // КНОРУС: электронно-библиотечная система. – URL: https://book.ru (дата обращения: 06.05.2024). – Режим доступа : для авториз. пользователей.
2. Татарников, О.В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / О.В. Татарникова [и др.]; под общей редакцией О.В. Татарникова. – М. : Издательство Юрайт, 2024. – 450 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-9916-6372-4. // Образовательная платформа Юрайт. – URL: https://urait.ru (дата обращения: 06.05.2024). – Режим доступа : для авториз. пользователей.
3. Богомолов, Н.В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2024. – 401 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-07878-7 // Образовательная платформа Юрайт. – URL: https://urait.ru (дата обращения: 06.05.2024). – Режим доступа : для авториз. пользователей.
4. Шипачев, В.С. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В.С. Шипачев; под редакцией А.Н. Тихонова. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2024. – 447 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-13405-6. // Образовательная платформа Юрайт. – URL: https://urait.ru (дата обращения: 06.05.2024). – Режим доступа : для авториз. пользователей.

Электронно-библиотечные системы:

1. Электронная библиотека СПбГТИ(ТУ) (на базе ЭБС «БиблиоТех») Принадлежность – собственная: СПбГТИ(ТУ). Адрес сайта – http://bibl.lti-gti.ru/
2. Электронная библиотечная система «Юрайт» https://biblio-online.ru Принадлежность – сторонняя.
3. E-library.ru – научная электронная библиотека – https://elibrary.ru Принадлежность – сторонняя;
4. Электронно-библиотечная сеть «Кнорус» – https://book.ru//

3.3 Общие требования к организации образовательного процесса.

Занятия проводятся в соответствии с требованиями по технике безопасности в технически и методически оснащенных кабинетах в соответствии с учебным расписанием.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебные процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014.

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения семинарских занятий, тестирования, а также выполнения самостоятельной работы.

Наименование разделов и тем	Результаты обучения	Критерии оценки	Методы оценки
1	2	3	4
Тема 1.1. Элементы теории множеств	*ОК 01* *ОК-02* *ОК 05,*	**Знать:** определение множества, способы задания множеств, – представление множеств с помощью диаграмм Эйлера-Венна, – основные операции над множествами, – отношения между множествами, – числовые множества, – определение абсолютной и относительной погрешности измерения. **Уметь:** задавать множества произвольной природы, – устанавливать отношения между различными множествами с помощью основных операций, – определять принадлежность элемента множеству, – разбивать элементы на классы с помощью множеств, – вычислять погрешность измерения.	Устный опрос, анализ выполнения практических заданий
Тема 1.2. Алгебра векторов и матриц	*ОК 01* *ОК-02* *ОК 05,*	**Знать:** определение матрицы, её размера, определителя матрицы, её ранга, запись систем линейных уравнений в матричном виде, – свойства матрицы и определителя, – операции над матрицами, – виды матриц, – определение ранга матрицы, – определение СЛАУ, – методы решения СЛАУ, – метод решения однородной СЛАУ, – определение вектора, – линейные операции над векторами, – условия коллинеарности и компланарности векторов, – формулы и свойства скалярного произведения векторов, – формулы и свойства векторного произведения, – формулы и свойства смешанного произведения. **Уметь:** находить сумму и произведение матриц, – вычислять определитель матрицы, – выполнять эквивалентные преобразования над матрицами, – определять ранг матрицы, – находить решения произвольной СЛАУ, – находить длины векторов, – определять коллинеарность векторов, – вычислять скалярное произведение векторов, – находить векторное произведение, – вычислять смешанное произведение векторов. – находить площади и объемы фигур с помощью	Анализ выполнения практических заданий, оценка выполненной самостоятельной работы, контрольная работа №1

		векторов.	
Тема 1.3. Основные понятия математического анализа	*ОК 01* *ОК-02* *ОК 05,*	**Знать:** определение функции, числовой функции, последовательности и их основных характеристик, – определение предела последовательности и предела функции, свойства пределов, – формулы первого и второго замечательных пределов, – способы раскрытия неопределенностей, – понятие непрерывной функции, – методы устранения разрывов функции. **Уметь:** определять основные характеристики функций и последовательностей, – вычислять пределы последовательностей и элементарных функций, – при решении задач применять формулы первого и второго замечательных пределов, – раскрывать основные виды неопределенностей, – устанавливать непрерывность функции, – устранять разрывы функции.	Анализ выполнения практических заданий, оценка выполненной самостоятельной работы, контрольная работа №2
Тема 2.1. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	*ОК 01* *ОК-02* *ОК 05,*	**Знать:** определение производной и дифференциала, – формулы и правила дифференцирования функций, – производные элементарных функций, – формулу Тейлора для произвольной функции, – механический и геометрический смысл производной, – геометрический смысл дифференциала. **Уметь:** – вычислять производную и дифференциал функции в точке, – использовать правила дифференцирования на практике, – раскладывать произвольную функцию в ряд Тейлора, – дифференцировать сложные функции.	Анализ выполнения практических заданий, оценка выполненной самостоятельной работы, контрольная работа №3
Тема 2.2. Интегральное исчисление	*ОК 01* *ОК-02* *ОК 05,*	**Знать:** определение первообразной и интеграла функции, – методы интегрирования функций, – формулу Ньютона-Лейбница, – свойства определенных и неопределенных интегралов, – геометрический смысл определенного интеграла. **Уметь:** брать интегралы основных функций, – использовать методы интегрирования при решении задач, – использовать формулу Ньютона-Лейбница при вычислении определенных интегралов, – вычислять площади плоских фигур с помощью приложения определенного интеграла.	Анализ выполнения практических заданий, оценка выполненной самостоятельной работы, контрольная работа №3
Тема 2.3. Дифференциальные уравнения	*ОК 01* *ОК-02* *ОК 05,*	**Знать:** определение дифференциального уравнения, – задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям, – постановку задачи Коши для дифференциального уравнения, – виды дифференциальных уравнений,	Тестирование, анализ выполнения практических заданий, контрольная работа №4

		– способы решения дифференциальных уравнений. **Уметь:** решать дифференциальные уравнения методом непосредственного интегрирования, – решать дифференциальные уравнения в полных дифференциалах, – решать однородные дифференциальные уравнения, – решать дифференциальные уравнения с начальными условиями, – решать дифференциальные уравнения первого и второго порядков, – решать линейные и нелинейные дифференциальные уравнения первого и высших порядков.	
Тема 3.1. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	*ОК 02 05,*	**Знать:** понятие частной производной функции многих переменных, – определение производной по направлению и градиента функции, – понятие предела и непрерывности функции многих переменных, – условия экстремума функции нескольких переменных. **Уметь:** находить частные производные функций нескольких переменных, – находить градиент функции, – решать задачи на поиск экстремальных значений функции многих переменных.	Устный опрос, письменный опрос
Тема 4.1. Числовые ряды	*ОК 01 ОК-02 ОК 05,*	**Знать:** определение ряда, виды рядов – понятие общего члена и частичной суммы ряда, – условия сходимости и расходимости числовых рядов, – признаки сходимости рядов. **Уметь:** выписывать общий член ряда, определять тип ряда, – устанавливать сходимость или расходимость числового ряда, – находить сумму ряда.	Устный опрос
Тема 5.1. Основы теории вероятностей	*ОК 01 ОК-02 ОК 05,*	**Знать:** определение понятий «вероятность», «исходы испытания», «событие», – формулу полной вероятности, – свойства вероятностей случайных событий, – теоремы о вероятностях случайных событий, – формулы для нахождения количества перестановок, размещений и сочетаний, – формулу Бернулли. **Уметь:** для заданного эксперимента определять исходы испытания, – находить вероятности случайных событий, – пользоваться формулой полной вероятности, – использовать свойства вероятностей событий для корректного решения задач, – находить условную вероятность события.	Устный опрос, письменный опрос, анализ выполнения практических заданий, контрольная работа №5
Тема 5.2. Основы математической статистики	*ОК 01 ОК-02 ОК 05,*	**Знать:** определение понятий «случайная величина», «выборка», «вариационный ряд» – отличия дискретной и непрерывной случайных величин, – способы задания распределения случайной величины,	Устный опрос, письменный опрос, анализ выполнения практических заданий,

		– часто встречающиеся распределения случайных величин, – формулы для нахождения математического ожидания, дисперсии и среднеквадратичного отклонения случайной величины, – числовые статистические характеристики (мода, медиана, размах варьирования, коэффициент вариации). **Уметь:** задавать случайную величину, – строить распределение случайной величины, – вычислять числовые характеристики случайной величины, – представлять данные о распределении случайной величины в виде плотности распределения, функции распределения и гистограммы. – проверять статистические гипотезы.	контрольная работа №6
Подведение итога по учебной дисциплине. Экзамен	*ОК 01* *ОК-02* *ОК 05,*	**Знать:** основные понятия и методы математического анализа, – основы дифференциального и интегрального исчисления, – основы теории дифференциальных уравнений, – теории вероятностей и математической статистики, – основные численные методы решения прикладных задач. **Уметь:** решать обыкновенные дифференциальные уравнения, – применять математические методы для решения профессиональных задач, – использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях.	Промежуточная аттестация – устный экзамен

Практические занятия:

Тема занятия	Наименование и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Форма контроля
1.1	Решение задач по теме «Множества».	2	Проверка задания
1.2	Операции над векторами. Алгебра векторов. Матричные вычисления. Системы линейных алгебраических уравнений.	2	Проверка задания
1.3	Вычисление пределов функций. Исследование функции на непрерывность. Первый и второй замечательные пределы.	4	Проверка задания
2.1	Вычисление производных функций. Исследование функций с помощью производных. Применение производной к вычислению пределов. Правило Лопиталя.	4	Проверка задания
2.2	Вычисление интегралов методами непосредственного интегрирования, заменой переменной и по частям. Вычисление определённых интегралов.	4	Проверка задания
2.3	Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными. Решение линейных дифференциальных уравнений первого и высших порядков.	8	Проверка задания
3.1	Нахождение производных функций нескольких переменных. Задачи на поиск экстремальных значений функции, встречающиеся в профессиональной деятельности.	2	Проверка задания
4.1	Нахождение суммы числового рядов. Задачи на доказательство сходимости (или расходимости) числовых рядов.	2	Проверка задания
5.1	Вычисление вероятностей случайных событий. Формула полной вероятности. Задачи комбинаторики.	2	Проверка задания
5.2	Построение закона распределения случайных величин. Вычисление числовых характеристик случайной величины. Решение прикладных задач, связанных с профессиональной деятельностью.	2	Проверка задания
	Итого:	32	

Самостоятельная работа:

Тема занятия	**Перечень вопросов для самостоятельного изучения**	**Объем, акад. часы**	**Форма контроля**
1.1	Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания	1	Проверка задания
2.1	Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания	1	Проверка задания
3.1	Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания	1	Проверка задания
4.1	Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания	1	Проверка задания
5.1	Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания	1	Проверка задания
5.2	Работа с конспектом лекций, выполнение домашнего задания	1	Проверка задания
	Подготовка к промежуточной аттестации	2	
	Итого:	8	

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Фонд оценочных средств

учебной дисциплины

Математические методы решения прикладных профессиональных задач

1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины *Математические методы решения прикладных профессиональных задач.*

ФОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме зачсета с оценкой.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

ВАРИАНТ 1

1. Из перечисленных утверждений верны следующие:

а) любые сонаправленные векторы коллинеарны;

б) любые противоположно направленные векторы коллинеарны;

в) любые коллинеарные векторы сонаправлены;

г) любые коллинеарные векторы противоположно направлены.

2. Сколькими способами можно с помощью букв К, А, В, С обозначить вершины четырехугольника?

1) 12; 2) 20; 3) 24; 4) 4.

3. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

1) 3; 2) 6; 3) 2; 4) 1.

4. На сколько множеств разбивает пространство любая плоскость?

А) на два;

Б) на три;

В) на четыре.

5. Две прямые называются скрещивающимися, если

А) они не имеют общих точек и не лежат в одной плоскости;

Б) они не имеют общих точек;

В) они имеют одну общую точку.

6. Найдите значение выражения: $\log_6 6 - \log_3 \sqrt{3} + \lg 1 - \log_4 \frac{1}{4}$.

1) 1,5; 2) 0,5; 3) –0,5; 4) 2,5.

7. Найдите значение выражения $0{,}8^{\log_{0,8}2}+0{,}36$.

1) 1; 2) 1,96; 3) 1,36; 4) 2,36.

8. Решите уравнение $\log_3(x-2)=\log_3 2x$.

1) 2; 2) –2; 3) нет решений; 4) 1.

9. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_4(x-5)=\log_5 5$.

1) (–4; –2); 2) (6; 10); 3) (3; 6); 4) [2; 6].

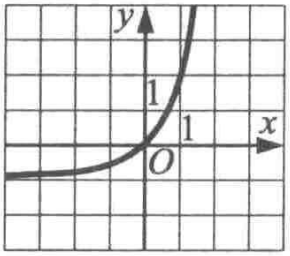
10. Найдите сумму корней уравнения $\lg(4x-3)=2\lg x$.

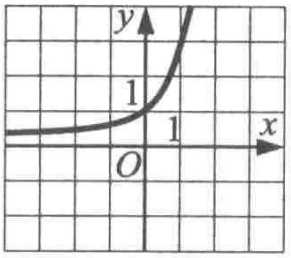
1) –2; 2) 4; 3) –4; 4) 2.

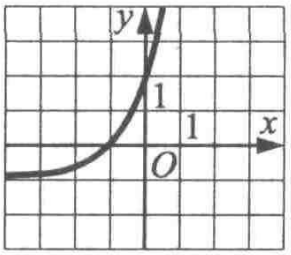
11. Решите неравенство $\log_{1,25}(0{,}8x+0{,}4)\le -1$.

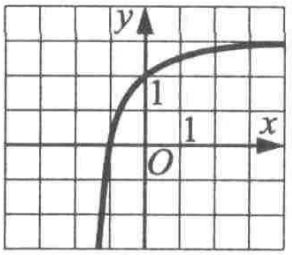
1) (–0,5; +∞); 2) (–∞; –0,5]; 3) (–0,5; 0,5]; 4) (–2; 2].

12. На каком из рисунков изображен график функции $y = 3^{x+1} - 1$?

1)


2)


3)


4)


13. Решите уравнение: $4^{-1}\cdot 2^x = 8$.

1) 6; 2) 2; 3) 5; 4) 1.

14. Решите неравенство: $4^x + 2 > 3\cdot 2^x$.

1) (0; 1); 2) (–∞; 1) ∪ (2; +∞); 3) (–∞; 0) ∪ (1; +∞); 4) (1; 2).

15. Выразить в радианах угол α = 20°.

1) π/5; 2) π/7; 3) π/9; 4) π/10.

16. Выразить в градусах угол α = 4π/45.

1) 16º; 2) 15º; 3) 20º; 4) 35º.

17. Какой четверти числовой окружности принадлежит точка $t = 19\pi/4$?

1) первой; 2) второй; 3) третьей; 4) четвёртой.

18. Упростить выражение: $3\cos^2\alpha - 6 + 3\sin^2\alpha$.

1) 1; 2) –5; 3) 3; 4) –3.

19. Найти tgα, если cosα = –2/3 и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

1) $-\frac{3}{\sqrt{5}}$; 2) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$; 3) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$; 4) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$.

20. Решить уравнение $\sin 2x = 1/2$.

1) $(-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; 2) $\pm\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$;

3) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$; 4) $(-1)^n \frac{\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

21. Сколько корней имеет уравнение $4x^5 - 7 = 3$?

А) 1 положительный корень; Б) 2 корня;

В) 1 отрицательный корень; Г) ни одного корня.

22. Сколькими способами из букв A, B, C, D можно обозначить вершины треугольной пирамиды:

А) 4; Б) 12; В) 20; Г) 24.

23. Найти корень уравнения $\frac{1}{9} 27^{(x-2)} = 1$.

А) $2\frac{2}{3}$; Б) 2; В) $2\frac{1}{3}$; Г) 1.

24. Решить неравенство $\log_{\frac{10}{3}}(1-1,4x) < -1$.

1) (0,5; +∞); 2) (–∞; 0,5); 3) (1,4; 2); 4) (0,5; 5/7).

25. Найти производную функции $(4x^2 - x + 1)^3$.

А) $3(8x - 1)(4x^2 - x + 1)^2$; Б) $3(4x^2 - x + 1)^2$; В) $(8x - 1)(4x^2 - x + 1)^2$.

26. Найти производную функции $y = e^x \cos x$.

А) $e^x \cos x + e^x \sin x$; Б) $e^x \cos x - e^x \sin x$; В) $e^x \sin x$.

27. Найти точку минимума функции $y = 3x^2 + 4$.

А) 0; Б) 2; В) 1.

28. Найти $\int (\sin x + e^x - 1)\,dx$.

А) cos$x$ + e^x – x + C; Б) –cos$x$ + e^x – x + C; В) –cos$x$ + e^x – 1 + C.

29. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$.

А) $\frac{1}{3}$; Б) 1; В) 2; Г) $\frac{2}{3}$.

30. Вычислить $\int_{-2}^{2} x dx$.

А) 0; Б) 1; В) 2; Г) –2.

31. Найти наименьшее значение функции $y = x^4$ на отрезке [–2; 1].

А) 1; Б) 0; В) 16; Г) –5.

32. Какие из перечисленных ниже функций являются возрастающими на своей области определения?

А) $y = 4^{x-1} + 3$; Б) $y = 0{,}2^{x+2} - 1$; В) $y = \sin x$; Г) $y = \log_3 x + 2$.

33. Объем шара с радиусом $\sqrt{3}$ равен:

А) $4\sqrt{3}\pi$; Б) 12π; В) 4π; Г) $12\sqrt{3}\pi$.

34. Осевым сечением цилиндра является:

А) прямоугольник; Б) окружность; В) квадрат; Г) треугольник.

35. Решите уравнение $\sqrt[3]{x-1} = 2$.

А) 9; Б) 0; В) 5; Г) нет решений.

36. Решите уравнение $\sqrt{x+2} = \sqrt{3x-2}$.

А) 2; Б) нет решений; В) 1; Г) 3.

37. В треугольнике ABC угол C равен 90º, CH – высота, BC = 25, CH = 15. Найдите sin$A$.

1) 0,5; 2) 0,8; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

38. Периметр треугольника равен 58, а радиус вписанной окружности равен 5. Чему равна площадь этого треугольника?

1) 20; 2) 100; 3) 145; 4) 84.

39. Один угол параллелограмма больше другого на 38º. Найдите больший угол.

1) 109º; 2) 60º; 3) 52º; 4) 38º.

40. $ABCD$ – четырехугольник, на сторонах которого отложены векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.

1) 1; 2) 0; 3) 4; 4) 2.

Время на выполнение: 40 минут

Критерии оценки:

За верное решение 34–40 задач выставляется положительная оценка – 5 баллов.

За верное решение 28–33 задач выставляется положительная оценка – 4 балла.

За верное решение 15–27 задач выставляется положительная оценка – 3 балла.

За верное решение менее 15 задач выставляется оценка – 2 балла.

За неверное решение всех задач выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

5.2. Расчетное задание

Вариант 1

1. Найти производную функции $y = \sin^6(4x^3 - 2)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 3x^4 + \cos 5x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 5$ с. Перемещение измеряется в метрах.
5. Исследовать функцию и построить ее график.
   $f(x) = x^2 - 2x + 8$.

Вариант 2

1. Найти производную функции $y = \cos^4(6x^2 + 9)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 2x^5 - \sin 3x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 5$ с. Перемещение измеряется в метрах.
5. Исследовать функцию и построить ее график.
   $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + x + \frac{2}{3}$.

Вариант 3

1. Найти производную функции $y = \mathrm{tg}^5(3x^4 - 13)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^3 - e^{5x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 5$ с. Перемещение измеряется в метрах.
5. Исследовать функцию и построить ее график.
   $f(x) = -x^2 + 5x + 4$.

Вариант 4

1. Найти производную функции $y = \operatorname{ctg}^4(5x^3 + 6)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 5x^4 - \cos 4x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 - 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t = 5$ с. Перемещение измеряется в метрах.
5. Исследовать функцию и построить ее график.

$$f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}.$$

Время на выполнение: 45 минут

Критерии оценки:

За верное решение 5 задач выставляется положительная оценка – 5 баллов.

За верное решение 4 задач выставляется положительная оценка – 4 балла.

За верное решение 3 задач выставляется положительная оценка – 3 балла.

За верное решение 2 или 1 задач выставляется оценка – 2 балла.

За неверное решение всех задач выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

5.3. Промежуточный контроль
Текст контрольного задания

Вариант №1

1) Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 3 \\ 8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 3 \\ 8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.
   Найти матрицу $C = A - 2B$.
   Найти матрицу C^T.
2) Вычислить произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.
3) Вычислить определитель при помощи теоремы о разложении определителя.

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 & 3 \\ -4 & 4 & -5 & -4 \\ 4 & -4 & -3 & -1 \\ -4 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

4) Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
5) Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
6) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

Вариант №2

1) Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}-1 & -9 & 3\\ -3 & 9 & 7\\ -2 & -2 & 9\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}-1 & -4 & -4\\ -7 & -10 & 3\\ 1 & 8 & -4\end{pmatrix}$.
   Найти матрицу $C=A+B$.
   Найти матрицу C^T.
2) Вычислить произведение матриц $A=\begin{pmatrix}5 & -4\\ 2 & -2\\ 5 & 3\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.
3) Вычислить определитель при помощи теоремы о разложении определителя.
$$\Delta=\begin{vmatrix}0 & 2 & -3 & 4\\ 5 & 1 & 3 & 4\\ 5 & -1 & -1 & -5\\ -2 & -1 & -1 & -3\end{vmatrix}$$
4) Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
5) Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
6) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases}x_1+3x_2-2x_3=4,\\ x_1+4x_2-x_3=7,\\ 2x_1+x_2+x_3=3.\end{cases}$$

Вариант №3

1) Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}7 & -4 & 1\\ 10 & 6 & -1\\ 7 & -3 & 1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}0 & 1 & -8\\ -1 & 9 & 1\\ 5 & -1 & 8\end{pmatrix}$.
   Найти матрицу $C=A-B$.
   Найти матрицу C^T.
2) Вычислить произведение матриц $A=\begin{pmatrix}-4 & 3\\ 1 & 3\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -3 & -2\end{pmatrix}$.
3) Вычислить определитель при помощи теоремы о разложении определителя.
$$\Delta=\begin{vmatrix}0 & -3 & 3 & 3\\ -1 & -1 & 1 & -2\\ -3 & -3 & 4 & 1\\ 1 & 4 & -3 & -4\end{vmatrix}$$
4) Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
5) Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
6) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3=3,\\ 2x_1+5x_2-6x_3=1,\\ 3x_1+8x_2-10x_3=1.\end{cases}$$

Время на выполнение: 90 минут

Критерии оценки:

За верное решение 6 задач выставляется положительная оценка – 5 баллов.

За верное решение 5 или 4 задач выставляется положительная оценка – 4 балла.

За верное решение 3 задач выставляется положительная оценка – 3 балла.

За верное решение 2 или 1 задач выставляется оценка – 2 балла.

За неверное решение всех задач выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Текст контрольного задания

Вариант №1

1) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-8x+15}$.
2) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{-x^4+6x^2+5}{4x^4-5x^2+3x}$.
3) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+5}{3x-6}$.
4) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$.
5) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 17x}{\sin 12x}$.
6) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{4x\cdot \sin x}$.
7) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1+\dfrac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$.
8) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{2x}$.

Вариант №2

1) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+x-20}{x^2-16}$.
2) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{5x^4-2x+3}{x^2-3x^4}$.
3) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x+6}{2x-4}$.
4) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-2}{\sqrt{x^2+6}-3}$.
5) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{\sin 13x}$.
6) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin x}{\cos^2 x}$.
7) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1+\dfrac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}$.
8) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x-1}\right)^{4x}$.

Вариант №3

1) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-49}{x^2-5x-14}$.
2) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^5-1}{x^4-1}$.
3) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+4}{2x-6}$.
4) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{4+x+x^2}-2}{x+1}$.
5) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 9x}{\sin 4x}$.
6) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\ln(1+3x)}$.
7) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1+\dfrac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}$.
8) Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 0}(1-3x)^{\frac{2}{x}}$.

Время на выполнение: 90 минут

Критерии оценки:

За верное решение 8 задач выставляется положительная оценка – 5 баллов.

За верное решение 6 или 7 задач выставляется положительная оценка – 4 балла.

За верное решение 4 или 5 задач выставляется положительная оценка – 3 балла.

За верное решение 1, 2 или 3 задач выставляется оценка – 2 балла.

За неверное решение всех задач выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Примечание. Использование правила Лопиталя при решении задач не допускается! За его применение результаты работы аннулируются.

Текст контрольного задания

Вариант №1

1) Найти производную функции:
$f(x) = \sqrt[3]{x}\text{arcctg}x$.

2) Найти производную функции:
$f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 5}\right)$.

3) Найти производную функции в точке $x_0 = 4$:
$f(x) = 4x + 3 - x^3$.

4) Найти производную функции:
$y(x) = \dfrac{(1 - x^2) \cdot \cos^6 x}{\sqrt[7]{x^5}}$.

5) Найти неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования:
$\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) dx$.

6) Найти неопределенный интеграл методом подстановки:
$\int \frac{2x}{\sqrt{3x^2 - 2}} dx$.

7) Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:
$\int x \operatorname{arctg} x \, dx$ ..

8) Вычислить определенный интеграл:
$\int_0^1 (\sin x + \cos x) \, dx$.

Вариант №2

1) Найти производную функции:
$f(x) = x^2 \log_3 x.$

2) Найти производную функции:
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}}.$

3) Найти производную функции в точке $x_0 = 3$:
$f(x) = 4x + 6x^3 + \frac{x^4}{4}.$

4) Найти производную функции:
$y(x) = \frac{x^2}{1-x} \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}.$

5) Найти неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования:
$\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\right) dx.$

6) Найти неопределенный интеграл методом подстановки:
$\int \frac{dx}{(1+x) \cdot \sqrt[3]{\ln(1+x)}}.$

7) Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:
$\int \frac{x}{\cos^2 x} dx.$

8) Вычислить определенный интеграл:
$\int_e^1 \frac{1}{x} dx.$

Вариант №3

1) Найти производную функции:
$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}.$

2) Найти производную функции:
$f(x) = \frac{1}{2} \arcsin \frac{x^2}{\sqrt{3}}.$

3) Найти производную функции в точке $x_0 = 1$:
$f(x) = \ln x.$

4) Найти производную функции:
$y(x) = x^{\log_2 x}.$

5) Найти неопределенный интеграл методом непосредственного интегрирования:
$\int 4^x \left(3 + \frac{4^{-x}}{\sqrt{x^3}}\right) dx.$

6) Найти неопределенный интеграл методом подстановки:
$\int \frac{\sin x}{\sqrt{3+\cos x}} dx.$

7) Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:
$\int (x-2) \sin x \, dx.$

8) Вычислить определенный интеграл:
$\int_1^3 \left(\frac{x^2}{x^2+1}\right) dx.$

Время на выполнение: 90 минут

Критерии оценки:

За верное решение 8 задач выставляется положительная оценка – 5 баллов.

За верное решение 6 или 7 задач выставляется положительная оценка – 4 балла.

За верное решение 4 или 5 задач выставляется положительная оценка – 3 балла.

За верное решение 1, 2 или 3 задач выставляется оценка – 2 балла.

За неверное решение всех задач выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Примечание. При решении задач пользоваться таблицами производных и интегралов не допускается!

Текст контрольного задания

Вариант №1

1) Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$x + xy + y'(y+xy) = 0$.

2) Решить дифференциальное уравнение:

$y' = x + y$.

3) Решить дифференциальное уравнение, понизив его порядок:

$y'' + 2y(y')^3 = 0$.

4) Найти решение линейного однородного дифференциального уравнения:

$y'' - 3y' + 2y = 0$.

Вариант №2

1) Решить задачу Коши:

$2y'\sqrt{x} = y$, $y(4) = 1$.

2) Решить дифференциальное уравнение:

$y' + x^2 y = x^2$.

3) Решить дифференциальное уравнение, понизив его порядок:

$y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$,

если $y(\pi/4) = \frac{\ln 2}{2}$, $y'(\pi/4) = 1$.

4) Найти решение линейного однородного дифференциального уравнения:

$y'' - 4y' + 4y = 0$.

Вариант №3

1) Решить задачу Коши:

$y' = (2y+1)\operatorname{ctg} x$, $y(\pi/4) = 1/2$.

2) Решить дифференциальное уравнение:

$xy' + y = 3$.

3) Решить дифференциальное уравнение, понизив его порядок:

$2yy'' = (y')^2$.

4) Найти решение линейного однородного дифференциального уравнения:

$y'' - 2y' + 2y = 0$.

Время на выполнение: 60 минут

Критерии оценки:

За верное решение 4 задач выставляется положительная оценка – 5 баллов.

За верное решение 3 задач выставляется положительная оценка – 4 балла.

За верное решение 2 задач выставляется положительная оценка – 3 балла.

За верное решение 1 задачи выставляется оценка – 2 балла.

За неверное решение всех задач выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

5.4. Вопросы для подготовки к экзамену

1) Матрицы, действия над матрицами.
2) Определители матрицы 1-го, 2-го, 3-го порядков. Основные свойства определителей. Правило треугольников.
3) Определители *n*-го порядка. Теорема Лапласа.
4) Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5) Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6) Система линейных алгебраических уравнений, представление в матричной форме. Теорема Кронекера-Капелли. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7) Векторы и операции над ними. Коллинеарность, компланарность, ортогональность векторов.
8) Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
9) Проекция вектора на ось и её свойства.
10) Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
11) Понятие множества. Операции над множествами. Числовые множества. Множество действительных чисел. Числовые промежутки. Окрестность точки.
12) Понятие функции. Числовые функции. График функции. Способы задания функций. Основные характеристики функции. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики.
13) Понятие числовой последовательности. Монотонная последовательность. Ограниченная последовательность. Предел числовой последовательности. Предельный переход в неравенствах.
14) Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах. Предел функции при *x*, стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число *e*.
15) Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь бесконечно больших и бесконечно малых. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые функции.
16) Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
17) Производная функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной. Дифференциал функции. Правило Лопиталя.
18) Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производная показательно-степенной функции.
19) Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки постоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
20) Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.

21) Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
22) Таблица неопределенных интегралов.
23) Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
24) Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы.
25) Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
26) Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
27) Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
28) Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
29) Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
30) Методы решения дифференциальных уравнений.
31) Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость числовых рядов.
32) Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признак Даламбера.
33) Функции многих переменных. Частная производная. Градиент функции. Производная по направлению. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
34) Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных.
35) Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое и аксиоматическое определения вероятности события.
36) Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Формулы комбинаторики.
37) Понятие случайной величины. Непрерывная и дискретная случайные величины. Распределение случайной величины. Нормальный закон распределения.
38) Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратичное отклонение случайной величины.
39) Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд. Представление данных в виде гистограммы.
40) Мода, медиана, размах варьирования и коэффициент вариации случайной величины.