

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович  
Должность: Проректор по учебной и методической работе  
Дата подписания: 18.12.2024 10:05:09  
Уникальный программный ключ:  
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт  
(технический университет)»  
(СПбГТИ(ТУ))**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Проректор по учебной и  
методической работе**

**Б. В. Пекаревский**

**« 29 » апреля 2019 года**

**Рабочая программа дисциплины**

## **УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Направление подготовки

**04.03.01 Химия**

Направленности программы бакалавриата

**Физическая химия и химия твердого тела**

Квалификация

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Факультет **информационных технологий и управления**

Кафедра **математики**

Санкт-Петербург

2019

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Должность	Подпись	Ученое звание, фамилия, инициалы
Разработчик		д.ф.-м.н. А. А. Груздков

Рабочая программа дисциплины «Уравнения математической физики» обсуждена на заседании кафедры математики

Протокол от « 11 » апреля 2019 № 7

Заведующий кафедрой

А. А. Груздков

Одобрено учебно-методической комиссией факультета информационных технологий и управления

протокол от «24» апреля 2019 №8

Председатель

В. В. Куркина

### СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления подготовки «Химия»		С. Г. Изотова
Директор библиотеки		Т. Н. Старостенко
Начальник методического отдела учебно-методического управления		Т. И. Богданова
Начальник УМУ		С. Н. Денисенко

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
3. Объем дисциплины.....	6
4. Содержание дисциплины.....	6
4.1. Разделы дисциплины и виды занятий .....	6
4.2. Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины .....	7
4.3. Занятия лекционного типа .....	7
4.4. Занятия семинарского типа .....	8
4.5. Самостоятельная работа обучающихся.....	9
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	9
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации .....	9
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	10
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	10
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	10
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	11
10.1. Информационные технологии.....	11
10.2. Программное обеспечение.....	11
10.3. Базы данных и информационные справочные системы .....	11
11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	11
12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья .....	11
Фонд оценочных средств .....	12

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
<p><b>ПК-3</b> Владеет системой фундаментальных химических, физических и математических понятий</p>	<p><b>ПК-3.В.09.4</b> Владение математическим аппаратом необходимым при решении задач физики и химии.</p>	<p><b>Знать:</b> основные классические задачи математической физики (ЗН-1); постановку задач математической физики (ЗН-2); методы решения задач математической физики (ЗН-3)</p> <p><b>Уметь:</b> выводить основные уравнения математической физики (У-1); применять основные методы решения задач математической физики - метод характеристик, разделение переменных, интегральные преобразования (У-2).</p> <p><b>Владеть:</b> навыками постановки и решения задач математической физики (Н-1); навыками наглядного представления результатов расчёта в задачах математической физики (Н-2)</p>

## **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы<sup>1</sup>**

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору вариативной части. Код дисциплины по учебному плану Б1.В.09 Дисциплина изучается на третьем курсе в 5-ом и 6-ом семестре.

В методическом плане дисциплина опирается на элементы компетенций, сформированные при изучении дисциплины «Математика».

Полученные в процессе изучения дисциплины «Уравнения математической физики» знания, умения и навыки могут быть использованы при изучении дисциплин «Основы термодинамики неравновесных процессов», «Основы квантовой химии», а также в научно-исследовательской работе и при выполнении выпускной квалификационной работы.

---

<sup>1</sup> Место дисциплины будет учитываться при заполнении таблицы 1 в Приложении 1 (Фонд оценочных средств)

### 3. Объем дисциплины

Вид учебной работы	Всего, академических часов
	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b> (зачетных единиц/ академических часов)	4/144
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>108</b>
занятия лекционного типа	36
занятия семинарского типа, в т.ч.	54
семинары, практические занятия	54
лабораторные работы	
курсовое проектирование (КР или КП)	..
КСР	18
другие виды контактной работы	..
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>9</b>
<b>Контроль</b>	<b>27</b>
<b>Форма текущего контроля</b> (Кр, реферат, РГР, эссе)	<b>4 РГР, тест</b>
<b>Форма промежуточной аттестации</b> (КР, КП, зачет, экзамен)	Зачёт (5-й семестр), экзамен (6-й семестр)

### 4. Содержание дисциплины

#### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Занятия лекционного типа, акад. часы	Занятия семинарского типа, академ. часы		Самостоятельная работа, акад. часы	Формируемые компетенции
			Семинары и/или практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Основные уравнения математической физики.	6	6			ПК -3
2.	Классификация линейных уравнений второго порядка.	4	6		3	ПК -3
3.	Метод бегущих волн для одномерного волнового уравнения	6	12		3	ПК -3
4.	Разделение переменных в уравнениях математической физики.	8	12		3	ПК -3

5.	Интегральные преобразования для уравнений математической физики.	8	6			ПК -3
6.	Компьютерные методы решения уравнений математической физики и представления результатов	4	12			ПК -3
<b>ИТОГО</b>		<b>36</b>	<b>54</b>		<b>9</b>	

#### 4.2 Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины

№ п/п	Код индикаторов достижения компетенции	Наименование раздела дисциплины
1	ПК-3.В.09.4	Основные уравнения математической физики.
2	ПК-3.В.09.4	Классификация линейных уравнений второго порядка.
3	ПК-3.В.09.4	Метод бегущих волн для одномерного волнового уравнения
4	ПК-3.В.09.4	Разделение переменных в уравнениях математической физики
5	ПК-3.В.09.4	Интегральные преобразования для уравнений математической физики.
5	ПК-3.В.09.4	Компьютерные методы решения уравнений математической физики и представления результатов.

#### 4.3. Занятия лекционного типа

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Вывод основных уравнений математической физики: уравнение колебаний струны, уравнение продольных колебаний стержня, уравнение теплопроводности и диффузии, уравнение Гордона-Клейна. Постановка задач математической физики. Понятие о корректности постановки задачи.	6	Разбор конкретных ситуаций
2	Характеристики линейного уравнения второго порядка. Приведение уравнения к каноническому виду.	4	
3	Метод характеристик для одномерного волнового уравнения. Формула Даламбера. Метод Даламбера для свободных колебаний бесконечной струны. «Стоячие» и «бегущие» волны. Метод Даламбера для вынужденных колебаний бесконечной струны, «конус прошлого».	4	
3	Метод Даламбера для полубесконечной струны. Отражение волн от свободного или закреплённого конца.	2	Проблемная лекция
4	Разделение переменных в уравнении колебания струны (случай закреплённых концов). Физический смысл полученного решения.	2	
<b>Итого за пятый семестр</b>		<b>18</b>	
4	Ортогональные системы функций. Обобщённые ряды Фурье.	2	
4	Стационарные состояния для уравнения теплопроводности. Разделение переменных в	4	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
	одномерном уравнении теплопроводности (случай поддержания на концах стержня постоянной температуры). Распространение тепла в бесконечном стержне.		
4	Оператор Лапласа в цилиндрических координатах. Распространение тепла в круглой пластине. Колебания закреплённой по контуру круглой мембраны.	2	
4	Разделение переменных в уравнении Шрёдингера.	2	
5	Преобразование Фурье, определение, свойства, обращение. Преобразование Лапласа.	4	
6	Обзор численных методов решения уравнений математической физики.	2	
6	Компьютерные технологии наглядного представления решений уравнений математической физики.	2	
	<b>Итого за шестой семестр</b>	<b>18</b>	
	<b>Итого</b>	<b>36</b>	

#### 4.4 Занятия семинарского типа

##### 4.4.1. Семинары, практические занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Особенности дифференциальных уравнений в частных производных. Понятие общего решения.	2	Мозговой штурм
1	Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка.	2	
1	Описание реальных процессов уравнениями дифференциальными уравнениями в частных производных.	2	
2	Приведение линейного уравнения второго порядка к каноническому виду.	6	
3	Метод бегущих волн для одномерного волнового уравнения (задача Коши).	4	
3	Метод бегущих волн для вынужденных колебаний.	4	
3	Метод бегущих волн для полубесконечной струны. Отражение волн от свободного или закреплённого конца.	6	Разбор конкретных ситуаций
4	Разделение переменных в уравнении колебаний струны. Продольные колебания стержня.	10	
	<b>Итого за пятый семестр</b>	<b>36</b>	
4	Разложение функций в обобщённый ряд Фурье.	2	
4	Разделение переменных в одномерном уравнении теплопроводности. Случай бесконечного стержня.	2	
4	Стационарное распределение тепла в цилиндре.	2	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
5	Преобразование Фурье для уравнения теплопроводности. Применение преобразования Лапласа.	2	
6	Метод конечных разностей и метод Галёркина для уравнений математической физики.	6	
6	Компьютерные методы наглядного представления результатов для уравнений математической физики.	4	Групповая дискуссия
<b>Итого за шестой семестр</b>		<b>18</b>	
<b>Итого</b>		<b>54</b>	

#### 4.4.2. Лабораторные занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Примечание
	не предусмотрены		

#### 4.5. Самостоятельная работа обучающихся

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
2	Метод характеристик для линейных дифференциальных уравнений.	3	РГР № 1, вопросы к экзамену
3	Метод Даламбера для бесконечной и полубесконечной струны.	3	РГР № 2, вопросы к экзамену
4	Разделение переменных в уравнениях колебания струны и теплопроводности.	3	РГР № 3, вопросы к экзамену
<b>Итого</b>		<b>9</b>	

### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте Медиа: <http://media.technolog.edu.ru>

### 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Своевременное выполнение обучающимся мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех элементов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена и зачёта. К сдаче зачёта допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Зачёт предусматривают выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуются вопросами (заданиями) двух видов: теоретический вопрос (для проверки знаний) и комплексная задача (для проверки умений и навыков).

При сдаче экзамена и зачёта, студент получает два вопроса из перечня вопросов и одно практическое задание, время подготовки студента к устному ответу — до 45 мин.

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в Приложении № 1

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **а) печатные издания:**

1. Курс математики для технических высших учебных заведений: учебное пособие для вузов по инженерно-техническим специальностям / Н. А. Берков [и др.]. - СПб.; М.; Краснодар: Лань. - Ч. 3: Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации / Под ред.: В. Б. Миносцева, Е. А. Пушкаря. - 2-е изд., испр. - 2013. – 528 с.
2. Груздков, А. А. Формула Остроградского-Гаусса: метод. указания / А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко. – СПб., СПбГТИ(ТУ), 2014. – 26 с. (ЭБ)
3. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 276 с.

### **б) электронные учебные издания:**

1. Слободинская, Т. В. Уравнения математической физики: учебное пособие / Т. В. Слободинская, А. А. Груздков. – СПб., СПбГТИ(ТУ), 2016. – 132 с. (ЭБ)
2. Никифоров, А. Ф. Лекции по уравнениям и методам математической физики / А. Ф. Никифоров. – Долгопрудный: Интеллект, 2009. – 133 с.
3. Емельянов, В. М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач: учебное пособие для вузов по направлениям подготовки 140400 – «Техническая физика» и 150300 – «Прикладная механика» / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 224 с.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

учебный план, РПД и учебно-методические материалы: <http://media.technolog.edu.ru>  
электронно-библиотечные системы:

«Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;  
«Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Все виды занятий по дисциплине «Уравнения математической физики» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТО СПбГТИ 018-2014. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Семинары и практические занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКВД. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов является:

- плановость в организации учебной работы;
- серьезное отношение к изучению материала;
- постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходить, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **10.1. Информационные технологии**

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

- чтение лекций с использованием слайд-презентаций;
- взаимодействие с обучающимися посредством ЭОИС.

### **10.2. Программное обеспечение**

При выполнении РГР студенты используют пакет прикладных программ Mathcad.

### **10.3. Базы данных и информационные справочные системы**

[wolframalpha.com/examples/mathematics](http://wolframalpha.com/examples/mathematics)

## **11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для ведения лекционных и практических занятий используются аудитории кафедры математики.

При изучении соответствующих разделов курса используется компьютерный класс, оборудованный 16 персональными компьютерами, объединенными в сеть.

## **12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья**

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебные процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014 г.

**Фонд оценочных средств**  
для проведения промежуточной аттестации по  
дисциплине «Уравнения математической физики»

**1. Перечень компетенций и этапов их формирования.**

<b>Компетенции</b>		
<b>Индекс</b>	<b>Формулировка<sup>2</sup></b>	<b>Этап формирования<sup>3</sup></b>
ПК-3	<b>Владеет системой фундаментальных химических, физических и математических понятий</b>	промежуточный

---

<sup>2</sup> **жирным шрифтом** выделена та часть компетенции, которая формируется в ходе изучения данной дисциплины (если компетенция осваивается полностью, то фрагменты)

<sup>3</sup> этап формирования компетенции выбирается по п.2 РПД и учебному плану (начальный – если нет предшествующих дисциплин, итоговый – если нет последующих дисциплин (или компетенция не формируется в ходе практики или ГИА), промежуточный - все другие.)

## 2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)
<b>ПК-3.В.09.4</b> Владение математическим аппаратом необходимым при решении задач физики и химии.	Знает основные классические задачи математической физики (ЗН-1);	Задания теста №№ 4-6, ответы на вопросы №№ 1-5 к экзамену.	Записывает важнейшие уравнения математической физики, объясняя смысл используемых параметров и предположения, лежащие в основе их вывода.
	Знает постановку задач математической физики (ЗН-2);	Задания теста №№ 7-10, ответы на вопросы №№ 6, 7 к экзамену, выполнение РГР № 1.	Записывает уравнения математической физики, корректно дополняя их начальными и граничными условиями
	Знает методы решения задач математической физики (ЗН-3)	Ответы на вопросы №№ 7-23 к экзамену, задания теста № 1-3, 7-13.	Применяет метод характеристик, метод разделения переменных и интегральные преобразования для решения уравнений математической физики. Обоснованно получает верные результаты, допуская отдельные неточности.
	выводить основные уравнения математической физики (У-1).	Ответ на вопросы №№ 2-4 к экзамену.	Выводит основные уравнения математической физики, поясняя сделанные предположения и корректно обосновывая детали.

	Применяет основные методы решения задач математической физики — метод характеристик, разделение переменных, интегральные преобразования (У-2).	Выполнение РГР № 1-4. Ответ на вопросы №№ 7, 8, 12, 21-25 к экзамену.	Находит решения задач математической физики, применяя стандартные методы. Верно выполняет вычисления и даёт необходимые пояснения.
	Владеет навыками постановки и решения задач математической физики (Н-1).	Выполнение РГР № 1-3.	Находит решения задач для уравнений математической физики, верно выполняя необходимые вычисления.
	Владеет навыками наглядного представления результатов расчёта в задачах математической физики (Н-2).	Выполнение РГР № 4.	Использует компьютерные программы для построения графиков и анимаций, наглядно представляющих результаты расчётов.

#### А вопросы для зачёта?

Шкала оценивания соответствует СТО СПбГТИ(ТУ):

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме зачета, то результат оценивания – «зачтено», «не зачтено»;

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и (или) курсового проекта (работы), то шкала оценивания – балльная.

### 3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации

#### 3.1 Вопросы к экзамену

1. Дифференциальные уравнения в частных производных. Основные определения и примеры.
2. Вывод уравнения колебаний струны.
3. Вывод уравнения продольных колебаний стержня.
4. Вывод уравнения теплопроводности.
5. Постановка задач математической физики. Корректность постановки задач.
6. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных. Связь типа уравнения с характером протекания описываемых им процессов.
7. Приведение линейных уравнений второго порядка к каноническому виду.
8. Формула Даламбера для одномерного волнового уравнения. Метод бегущих волн.
9. Решение задачи о свободных колебаниях бесконечной струны методом Даламбера.
10. Решение задачи о вынужденных колебаниях бесконечной струны при однородных и неоднородных начальных условиях.
11. Решение задачи о колебаниях полубесконечной струны с закрепленным или свободным концом.
12. Решение задачи о свободных колебаниях струны, закрепленной на концах, методом разделения переменных Фурье.
13. Решение задачи о вынужденных колебаниях струны, закрепленной на концах.
14. Интеграл Фурье.
15. Ортогональные системы функций. Разложение функций в обобщенный ряд Фурье.
16. Решение задачи о распространении тепла в бесконечном стержне методом разделения переменных Фурье.
17. Решение задачи о распространении тепла в стержне, ограниченном с одного конца.
18. Решение задачи о распространении тепла в стержне, ограниченном с обоих концов.
19. Уравнение Лапласа в полярной системе координат.
20. Симметричные колебания закреплённой по контуру круглой мембраны.
21. Решение уравнения Лапласа для круга методом разделения переменных Фурье.
22. Преобразование Фурье, его свойства. Применение преобразования Фурье для уравнения теплопроводности.
23. Преобразование Лапласа, его свойства и применение к задачам математической физики.
24. Метод конечных разностей для уравнений математической физики.
25. Метод Галёркина для уравнений математической физики.

К экзамену допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля. При сдаче экзамена, студент получает два вопроса из перечня, приведенного выше, и практическое задание аналогичное заданиям РГР, приведённым ниже. Время подготовки студента к устному ответу на вопросы - до 45 мин.

### 3.2 Содержание расчётно-графических работ ( типовые варианты)

#### Расчётно-графическая работа № 1

Для заданного линейного дифференциального уравнения второго порядка в частных производных:

1. Определите тип дифференциального уравнения
2. Выполните приведение уравнения к канонической форме
3. Найдите общее решение дифференциального уравнения

##### Вариант 1

$$4y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - e^{2x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 4y^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{e^{2x}}{y} \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

##### Вариант 2

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - x^2 \frac{\partial u}{\partial y} - xy \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

#### Расчётно-графическая работа № 2

Решите задачу о колебаниях бесконечной или полубесконечной струны методом Даламбера.

##### Вариант 1

$$a) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(x, t) \Big|_{t=0} = 4x + 1; \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = \sin 6x$$

$$b) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(x, t) \Big|_{t=0} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 1 - x; \quad u(0; t) = 0$$

##### Вариант 2

$$a) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(x, t) \Big|_{t=0} = 6x + 5; \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{\cos \pi x}{3}$$

$$b) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(x, t) \Big|_{t=0} = \sin 5x; \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 3; \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$

#### Расчётно-графическая работа № 3

Для заданных начальных и граничных условий решите одномерное волновое уравнение методом разделения переменных.

##### Вариант 1

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0; t) = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 12\pi \cos 3\pi x; \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=4} = 0.$$

##### Вариант 2

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(0; t) = 10 \cos 7\pi x; \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = u(4.5; t) = 0.$$

#### Расчётно-графическая работа № 4

Применяя компьютерные методы, найдите решение данной задачи математической физики и сделайте наглядное представление результатов.

### 3.3 Содержание теста по дисциплине (типовой вариант)

I. Какие из перечисленных уравнений являются дифференциальными уравнениями в частных производных?

1.  $\frac{\partial u}{\partial y} = xy$     2.  $ydx - xdy = 0$     3.  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$     4.  $\frac{dy}{dx} = xy$     5.  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + y = 0$

II. Какие из перечисленных функций являются решениями уравнения  $\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} = 0$  ?

1.  $u(x, y) = xy^2 + \cos y + \operatorname{tg} x + 5$     2.  $u(x, y) = x^2 y + \cos y + \operatorname{tg} x + 5$   
 3.  $u(x, y) = xy^2 + \cos x + \operatorname{tg} y + 5$     4.  $u(x, y) = x^2 y + \arccos y + \operatorname{arctg} x + 5$   
 5.  $u(x, y) = xy^2 + \arccos y + \operatorname{arctg} x + 5$

III. Установите соответствия между уравнениями и их общими решениями:

1.  $\frac{\partial u}{\partial y} = 2y$     2.  $\frac{\partial u}{\partial x} = y + x$     3.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$

1.  $u(x, y) = C_1 y + C_2$     2.  $u(x, y) = \varphi(x) + \psi(y)$     3.  $u(x, y) = xy + \frac{x^2}{2} + \psi(y)$

4.  $u(x, y) = \frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{2} + C$     5.  $u(x, y) = y^2 + \varphi(x)$     6.  $u(x, y) = yx + \frac{x^2}{2} + C$

IV. Какие из перечисленных задач называются полными краевыми (смешанными) задачами?

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ u(x, 0) = f(x), \\ \frac{\partial u}{\partial t} \Big _{t=0} = \varphi(x), \\ u(0, t) = u(l, t) = 0. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ -\infty < x < +\infty, t \geq 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} \Big _{t=0} = \varphi(x), \\ u(x, 0) = f(x). \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ u(x, 0) = f(x), \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big _{x=0} = \frac{\partial u}{\partial x} \Big _{x=l} = 0. \end{array} \right.$
---	---	--

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \Delta u, \\ u(x, y, z, 0) = f(x, y, z), \\ \frac{\partial u}{\partial n} \Big _s = 0. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial n} \Big _s = 0. \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ u(x, 0) = f(x), \\ -\infty < x < +\infty, t \geq 0. \end{array} \right.$
---	--	--

V. Какие из перечисленных в пункте IV задач описывают процессы выравнивания (теплопроводность, диффузию)?

VI. Какие из перечисленных в пункте IV задач описывают распространение волн (колебания)?

VII. Установите соответствие между уравнениями и их типами:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 5 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{Гиперболический}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} + 6 \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{Эллиптический}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{Параболический}$$

VIII. К какому типу относится уравнение

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 4y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + y \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} + 3xy + 5 = 0?$$

1. Гиперболическому
2. Эллиптическому
3. Параболическому
4. Смешанному

IX. Какие из перечисленных уравнений записаны в каноническом виде?

1.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{5}{16} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{16} \frac{\partial u}{\partial y} + 5y^2 = 0$
2.  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
3.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{16} \frac{\partial u}{\partial t}$
4.  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u + xt = 0$
5.  $4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 9 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
6.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

X. Какие из перечисленных замен можно применить для приведения к каноническому

виду уравнения  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ ?

1.  $\begin{cases} \xi = y - x \\ \eta = y + 3x \end{cases}$
2.  $\begin{cases} \xi = y + 2x \\ \eta = y - 3x \end{cases}$
3.  $\begin{cases} \xi = y + 3x \\ \eta = y - x \end{cases}$
4.  $\begin{cases} \xi = y - 3x \\ \eta = y + x \end{cases}$

XI. Решите методом Даламбера уравнение колебаний бесконечной струны  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  с нулевыми начальными импульсами и начальным смещением, задаваемым равенством  $u(x,0) = \cos 2x$ . Выберите вариант ответа:

1.  $u(x,t) = \cos 2x \cos 3t$
2.  $u(x,t) = \cos 4x \cos 6t$
3.  $u(x,t) = \cos 2x \sin 3t$
4.  $u(x,t) = \cos 2x \cos 6t$

XII. Укажите вид решения задачи о свободных колебаниях закреплённой на концах струны

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \\ u(x,0) = 4x - x^2, \\ \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \\ u(0,t) = u(4,t) = 0 \end{array} \right.$$

$$1. u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{4\pi n t}{3} \sin \frac{\pi n x}{3}$$

$$2. u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{4\pi n t}{3} \sin \frac{\pi n x}{3}$$

$$3. u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n t}{4} \sin \frac{3\pi n x}{4}$$

$$4. u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{3\pi n t}{4} \sin \frac{\pi n x}{4}$$

ХІІІ. Коэффициенты ряда в условиях задачи из пункта ХІІ вычисляются по формуле:

$$1. a_n = \frac{2}{3} \cdot \int_0^3 (4z - z^2) \sin \frac{\pi n z}{3} dz$$

$$2. a_n = \frac{1}{2} \cdot \int_0^4 (4z - z^2) \sin \frac{\pi n z}{4} dz$$

$$3. b_n = \frac{2}{3\pi n} \int_0^4 (4z - z^2) \sin \frac{\pi n z}{4} dz$$

$$4. a_n = \frac{1}{2} \int_0^3 (4z - z^2) \cos \frac{\pi n z}{3} dz$$

**4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с требованиями СПб

СТО СПбГТИ(ТУ) 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.