

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович
Должность: Проректор по учебной и методической работе
Дата подписания: 17.11.2023 17:47:30
Уникальный программный ключ:
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))**

УТВЕРЖДАЮ

**Проректор по учебной и
методической работе**

Б. В. Пекаревский

« 14 » 04 2022 года

Рабочая программа дисциплины

ОСНОВЫ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Направление подготовки

15.03.03 Прикладная механика

Направленности программы бакалавриата

Все направленности

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Факультет **информационных технологий и управления**

Кафедра **математики**

Санкт-Петербург

2021

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Должность	Подпись	Ученое звание, фамилия, инициалы
Разработчики		А. В. Ржонсницкий

Рабочая программа дисциплины «Основы вариационного исчисления» обсуждена на заседании кафедры математики

Протокол от «21» 12 2021 № 04

Заведующий кафедрой

А. А. Груздков

Одобрено учебно-методической комиссией факультета информационных технологий и управления

протокол от «22» 03 2022 № 5

Председатель

В. В. Куркина

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления подготовки «Прикладная механика»		Н. А. Марцулевич
Директор библиотеки		Т. Н. Старостенко
Начальник методического отдела учебно-методического управления		Т. И. Богданова
Начальник УМУ		С. Н. Денисенко

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Объем дисциплины.....	5
4. Содержание дисциплины.....	6
4.1. Разделы дисциплины и виды занятий	6
4.2. Занятия лекционного типа	7
4.3 Занятия семинарского типа	7
4.4. Самостоятельная работа обучающихся.....	8
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	8
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации	8
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	9
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	9
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	9
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине	10
10.1. Информационные технологии.....	10
10.2. Программное обеспечение.....	10
10.3. Информационные справочные системы.....	10
11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	10
12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья	10
Фонд оценочных средств	11

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
ПК-1 Способен к систематическому изучению научно-технической и патентной информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю подготовки	ПК-1.4 Современные методы вариационного исчисления применительно к решению задач динамики и надежности машин и аппаратуры	Знать: постановку задач вариационного исчисления и классические методы их решения (ЗН-1). Уметь: находить экстрималии функционалов, и находить абсолютный и относительный экстремум (У-1). Владеть: основами теории вариационного исчисления (Н-1).

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы¹

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам вариативной части. Код дисциплины по учебному плану Б1.В.09. Дисциплина изучается на 4 курсе в 7-ом семестре.

Методической основой изучения дисциплины «Основы вариационного исчисления» являются знания, полученные при изучении дисциплины «Математика».

Знания, навыки и умения, приобретённые при изучении дисциплины, могут быть полезны при изучении таких дисциплин как «Физика», «Строительная механика», «Теория упругости» и некоторых других, а также в научно-исследовательской работе и при выполнении выпускной квалификационной работы.

3. Объем дисциплины

Вид учебной работы	Всего, академических часов
	Очная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины (зачетных единиц/ академических часов)	4/144
Контактная работа с преподавателем:	62
занятия лекционного типа	18
занятия семинарского типа, в т.ч.	36
семинары, практические занятия	36
лабораторные работы	
курсовое проектирование (КР или КП)	..
КСР	8
другие виды контактной работы	..
Самостоятельная работа	46
Контроль	36
Форма текущего контроля (Кр, реферат, РГР, эссе)	1 Кр, 3 РГР
Форма промежуточной аттестации (КР, КП, зачет, экзамен)	экзамен

¹ Место дисциплины будет учитываться при заполнении таблицы 1 в Приложении 1 (Фонд оценочных средств)

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Занятия лекционного типа, акад. часы	Занятия семинарского типа, академ. часы		Самостоятельная работа, акад. часы	Формируемые компетенции
			Семинары и/или практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Постановка задач и базовые понятия вариационного исчисления.	10	12		20	ПК-1
2.	Классические и прямые методы вариационного исчисления	8	24		26	ПК-1
	ИТОГО	18	36		46	

4.2. Занятия лекционного типа

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Примеры классических задач вариационного исчисления: задача о брахистохроне, изопериметрическая задача (задача Дидоны), минимальные поверхности (задача Плато). Вариационные принципы физики и механики.	4	
1	Норма вектора в линейном пространстве. Сходимость последовательностей. Примеры. Линейные операторы в нормированных пространствах, условие непрерывности.	2	
1	Экстремум функционалов. Абсолютный и относительный, сильный и слабый экстремум.	2	
2	Дифференцирование функционалов. Производные по Фреше и по Гато.	2	
2	Необходимые условия экстремума. Уравнение Эйлера-Лагранжа	2	
2	Достаточные условия экстремума. Уравнения Якоби.	2	
2	Условный экстремум. Изопериметрическая задача.	2	
2	Понятие о прямых методах вариационного исчисления. Построение минимизирующей последовательности.	2	
	ИТОГО	18	

4.3 Занятия семинарского типа

4.3.1. Семинары, практические занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Постановка задач вариационного исчисления. Примеры.	4	
1	Нормированные пространства. Нахождение расстояния между функциями.	4	
1	Нахождение первой вариации функционалов.	4	
1	Непрерывность линейных операторов.	2	
2	Необходимое условие экстремума. Нахождение экстремалей функционалов.	8	
2	Достаточное условие экстремума. Уравнение Якоби.	4	
2	Задачи на условный экстремум.	4	
2	Прямые методы вариационного исчисления.	6	
	ИТОГО	36	

4.3.2. Лабораторные занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Примечание
	не предусмотрены		

4.4. Самостоятельная работа обучающихся

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
1	Постановка классических задач вариационного исчисления. Вариационные принципы в физике и механике. Нахождение вариаций функционалов.	20	РГР № 1, вопросы к экзамену
2	Проверка необходимого и достаточного условия экстремума. Уравнения Эйлера-Лагранжа и Якоби. Метод Ритца, метод Канторовича. Метод конечных разностей Эйлера.	26	РГР № 2, вопросы к экзамену
	Итого	46	

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте Медиа: <http://media.technolog.edu.ru>

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Своевременное выполнение обучающимся мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех элементов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена. К сдаче экзамена допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Экзамен предусматривают выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуются вопросами (заданиями) двух видов: теоретический вопрос (для проверки знаний) и комплексная задача (для проверки умений и навыков).

При сдаче экзамена, студент получает два вопроса из перечня вопросов и одно практическое задание, время подготовки студента к устному ответу - до 45 мин.

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в Приложении № 1

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) печатные издания:

1. Берков, Н. А. Курс математики для технических высших учебных заведений: учебное пособие для вузов по инженерно-техническим специальностям. Ч. 3: Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики. Теория оптимизации / Н. А. Берков и др. Под ред.: В. Б. Миносцева, Е. А. Пушкаря. - СПб., Лань. - 2013. – 528 с.
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. - СПб., Лань, 2010. – 429 с.
3. Ванько, В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учебник для втузов / В. И. Ванько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. - М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2006. – 487 с.
4. Романко, В. К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко – М., ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002. – 256 с.
5. Комаров, П. И. Основы вариационного исчисления: теория и практика: Учебное пособие / П. И. Комаров. - СПб., СПбГТИ(ТУ), Каф. САПРиУ, 2000. – 95 с.
6. Цлаф, Л. Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения: справ. руководство / Л. Я. Цлаф. - СПб., Лань, 2005. – 191 с.

б) электронные учебные издания:

1. Гюнтер, Н. М. Курс вариационного исчисления: учебное пособие / Н. М. Гюнтер – СПб., Лань, 2022. – 320 с.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

учебный план, РПД и учебно-методические материалы: <http://media.technolog.edu.ru>

электронно-библиотечные системы:

«Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;

«Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Все виды занятий по дисциплине «Основы вариационного исчисления» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТО СПбГТИ 020-2011. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лабораторные занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТО СПбГТИ 018-2014. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Семинары и практические занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2015. КС УКДВ. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов

являются:

- плановость в организации учебной работы;
- серьезное отношение к изучению материала;
- постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходить, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

10.1. Информационные технологии

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

- чтение лекций с использованием слайд-презентаций;
- взаимодействие с обучающимися посредством электронной почты.

10.2. Программное обеспечение

При выполнении РГР студенты используют пакет прикладных программ Mathcad.

10.3. Информационные справочные системы

Электронная библиотека СПбГТИ(ТУ).

11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для ведения лекционных и практических занятий используются аудитории кафедры математики.

При изучении соответствующих тем используется компьютерный класс, оборудованный 16 персональными компьютерами, объединенными в сеть.

12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебные процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014 г.

Фонд оценочных средств
для проведения промежуточной аттестации по
дисциплине «Основы вариационного исчисления»

1. Перечень компетенций и этапов их формирования.

Компетенции		
Индекс	Формулировка²	Этап формирования³
ПК-1	Способен к систематическому изучению научно-технической и патентной информации, отечественного и зарубежного опыта по профилю подготовки.	промежуточный

² **жирным шрифтом** выделена та часть компетенции, которая формируется в ходе изучения данной дисциплины (если компетенция осваивается полностью, то фрагменты)

³ этап формирования компетенции выбирается по п.2 РПД и учебному плану (начальный – если нет предшествующих дисциплин, итоговый – если нет последующих дисциплин (или компетенция не формируется в ходе практики или ГИА), промежуточный - все другие.)

1. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
ПК-1.4 Современные методы вариационного исчисления применительно к решению задач динамики и надежности машин и аппаратуры	Знать: постановку задач вариационного исчисления и классические методы их решения (ЗН-1).	Правильные ответы на экзаменационные вопросы.	Основные определения, формулировки основных задач и методы их решения воспроизводит с некоторой помощью преподавателя	Знает основные определения, формулировки основных задач и методы их решения, но недостаточно хорошо понимает их сущность и причинно-следственные взаимосвязи	Знает постановку задач вариационного исчисления и классические методы их решения.
	Уметь: находить экстрималии функционалов, и находить абсолютный и относительный экстремум (У-1).	Правильное решение задачи на экзамене, выполнение Кр и РГР № 1--3.	Решает задачи с некоторой помощью преподавателя.	Умеет решать задачи, но допускает ошибки.	Умеет находить экстрималии функционалов, и находить абсолютный и относительный экстремум.
	Владеть: основами теории вариационного исчисления (Н-1).	Правильное решение задачи на экзамене, выполнение Кр и РГР № 1--3.	Методы вариационного исчисления воспроизводит с некоторой помощью преподавателя	Владеет методами вариационного исчисления, но приобретенных навыков не всегда хватает для получения верного обоснованного решения задачи.	Владеет основами теории вариационного исчисления

3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации

3.1 Вопросы к экзамену

1. Постановка классических задач вариационного исчисления. Примеры классических задач.
2. Абсолютный и относительный, слабый и сильный экстремум функционала.
3. Основные леммы вариационного исчисления.
4. Нормированные пространства. Определение. Шар в нормированном пространстве. Открытые и замкнутые множества. Внутренность и замыкание множества. Примеры нормированных пространств. Шары открытые и замкнутые множества для каждого из приведенных примеров.
5. Сходимость последовательности в нормированном пространстве. Непрерывность отображений нормированных пространств.
6. Фундаментальная последовательность. Полные нормированные пространства. Полнота подпространства. Примеры.
7. Примеры линейных операторов в нормированных пространствах. Оценка нормы
8. Вариация функционалов. Производная по Фреше и Гато.
9. Дифференциал интегрального функционала.
10. Необходимое условие экстремума (аналог теоремы Ферма).
11. Поиск точек подозрительных на экстремум для интегрального функционала.
12. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
13. Функционалы от функций нескольких переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского.
14. Проверка выполнения достаточных условий экстремума. Уравнения Якоби.
15. Решение классических задач вариационного исчисления. Задачи с граничными условиями и естественными условиями на концах.
16. Прямые методы вариационного исчисления. Метод Ритца, метод Канторовича.
17. Метод конечных разностей Эйлера.

К экзамену допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля. При сдаче экзамена, студент получает два вопроса из перечня, приведенного выше, и практическое задание. Время подготовки студента к устному ответу на вопросы - до 45 мин.

3.2 Состав контрольных работ

Типовой вариант контрольной работы

1. Найти вариацию функционала $J[y] = \int_0^{\pi} (y' \sin y + x^2 y) dx$.
2. Составьте уравнение Эйлера-Лагранжа для нахождения экстремалей функционала $J[y] = \int_1^2 \frac{y'^3}{x^2} dx$.
3. Найдите экстремалии функционала $J[y] = \int_0^2 (xy' + y'^2) dx$, $y(0) = 0$, $y(2) = 1$.

.Содержание расчётно-графических работ

Расчётно-графическая работа № 1

1. Найдите расстояние между двумя функциями в метрике $C[1;3]$, $C^1[1;3]$, $L^1[1;3]$:

$$f(x) = x^3 + x^2 + 3x - 4, \quad g(x) = x^3 + x - 5.$$

2. Докажите линейность и проверьте непрерывность оператора $A : C[-1;2] \rightarrow C[0;3]$, задаваемого формулой

$$A(f)(y) = \int_{-1}^2 (2x + y - y^2) f(x) dx.$$

3. Найдите вторую вариацию функционала $J[y] = \int_0^1 (xy^2 + y'^2) dx$.

Расчётно-графическая работа № 2

1. Найдите экстрималии для заданного функционала

$$J[y] = \int_{-1}^1 (y'^2 - 2xy) dx, \quad y(-1) = -1, \quad y(1) = 1.$$

2. Найдите функции, на которых может достигаться экстремум функционала

$$J[y_1, y_2] = \int_0^1 \left((y_1')^2 + (y_2')^2 + 2y_1 \right) dx, \quad y_1(0) = 1, \quad y_1(1) = \frac{3}{2}, \quad y_2(0) = 1, \quad y_2(1) = 1.$$

3. Составить уравнение Эйлера-Остроградского для функционала

$$J[z] = \iint_D \left(\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy, \quad D \subset \mathbf{R}^2.$$

Расчётно-графическая работа № 3

1. Найдите минимум функционала $J[y] = \int_0^1 (y'^2 + 2x) dx$ с граничными условиями

$y(0) = 0$ и $y(1) = 0$ непосредственно и методом конечных разностей Эйлера.

2. Найдите приближенное решение краевой задачи

$$y'' + (1 + x^2)y + 1 = 0, \quad y(-1) = 0, \quad y(1) = 0$$

методом Рунге.

4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с требованиями СПП

СТО СПбГТИ(ТУ) 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.