

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович  
Должность: Проректор по учебной и методической работе  
Дата подписания: 17.11.2023 17:47:30  
Уникальный программный ключ:  
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт  
(технический университет)»  
(СПбГТИ(ТУ))**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Проректор по учебной и  
методической работе**

**Б. В. Пекаревский**

**« 14» апреля 2022 года**

**Рабочая программа дисциплины**

**МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки

**15.03.03 Прикладная механика**

Направленность программы бакалавриата

**Динамика и прочность машин и аппаратуры**

Квалификация

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Факультет: **информационных технологий и управления**

Кафедра **математики**

Санкт-Петербург

2022

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
3. Объем дисциплины.....	5
4. Содержание дисциплины.....	6
4.1. Разделы дисциплины и виды занятий .....	6
4.2. Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины .....	6
4.3. Занятия лекционного типа .....	7
4.4. Занятия семинарского типа .....	12
4.5. Самостоятельная работа обучающихся.....	15
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	16
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации .....	16
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	17
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины .....	18
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	18
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине .....	19
10.1. Информационные технологии.....	19
10.2. Программное обеспечение.....	19
10.3. Базы данных и информационные справочные системы .....	19
11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	19
12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья .....	19
Фонд оценочных средств .....	20

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
<b>ОПК-3</b>	<p>способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат</p>	<p>базовых теорем (ЗН-4);                      алгебраическую, тригонометрическую и показательную форму комплексного числа, основные теоремы о многочленах (ЗН-5);                      определение понятия предела и основные теоремы о пределах (ЗН-6);                      определения основных понятий дифференциального исчисления, правила дифференцирования, основные теоремы дифференциального исчисления (ЗН-7);                      определение понятия интеграла, методы интегрирования функций, основные теоремы интегрального исчисления (ЗН-8);                      основные типы дифференциальных уравнений и методы их решения (ЗН-9);                      постановку задач для дифференциальных уравнений и основные теоремы о дифференциальных уравнениях (ЗН-10);                      определение суммы ряда и основные признаки сходимости числовых рядов (ЗН-11);                      основные определения и теоремы о функциональных рядах (ЗН-12);                      алгоритмы вычисления кратных интегралов (ЗН-13);                      формулы Стокса и Гаусса-Остроградского (ЗН-14);                      потенциальные и соленоидальные поля и их свойства (ЗН-15).</p> <p><b>Уметь:</b>                      методами аналитической геометрии решать основные задачи о прямых и плоскостях в пространстве (У-1);                      анализировать однозначную разрешимость систем линейных алгебраических уравнений и находить их решения (У-2);                      выполнять операции над комплексными числами, раскладывать многочлены на множители, преобразовывать рациональные дроби (У-3);                      вычислять пределы, раскрывая неопределённости основных типов (У-4);</p>

Код компетенции	Наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
		<p>вычислять производные и дифференциалы функций (У-5);  применять дифференциальное исчисление к исследованию функций на экстремум и построению графиков функций (У-6);  вычислять интегралы и применять интегральное исчисление к решению прикладных задач (У-7);  применять стандартные методы нахождения решений дифференциальных уравнений (У-8);  исследовать сходимость числовых рядов и определять область сходимости функциональных рядов (У-9);  представлять функции в виде суммы функционального ряда (У-10);  применять алгоритмы вычисления кратных интегралов (У-11);  применять формулы Стокса и Гаусса-Остроградского (У-12);  определять потенциальность и соленоидальность векторных полей (У-13).</p> <p><b>Владеть:</b>  навыками вычислений необходимых для решения задач аналитической геометрии (Н-1);  понятием предельного перехода, как теоретической основой методов математического анализа (Н-2);  навыками дифференцирования и применения дифференциального исчисления (Н-3);  навыками интегрирования функций и вычисления значения искомых величин через интегралы (Н-4);  навыками составления и решения дифференциальных уравнений (Н-5).  навыками нахождения искомых величин в виде суммы ряда (Н-6);  навыками применения методов векторного анализа к прикладным задачам (Н-7).</p>

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы<sup>1</sup>

Дисциплина относится к дисциплинам базовой части учебного плана. Код дисциплины по учебному плану Б1.О.05. Дисциплина изучается на первом и втором курсе (1-4 семестр).

Дисциплина «Математика» изучается на основе знаний, полученных при изучении курса элементарной математики в среднем учебном заведении.

Знания, навыки и умения, приобретённые при изучении дисциплины «Математика», необходимы при изучении таких дисциплин как «Физика», «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов», «Автоматизация инженерных расчетов», «Механика жидкости и газов» и др., а также в научно-исследовательской работе.

## 3. Объем дисциплины

Вид учебной работы	Всего, академических часов
	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b> (зачетных единиц/ академических часов)	18/648
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>314</b>
занятия лекционного типа	108
занятия семинарского типа, в т.ч.	180
семинары, практические занятия	180
лабораторные работы	
курсовое проектирование (КР или КП)	..
КСР	26
другие виды контактной работы	..
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>228</b>
<b>Контроль</b>	<b>126</b>
<b>Форма текущего контроля</b> (Кр, реферат, РГР, эссе)	<b>9 Кр, 3 РГР</b>
<b>Форма промежуточной аттестации</b> (Кр, КП, зачет, экзамен)	зачет (1-й семестр), экзамен (2-й, 3-й и 4-й семестры)

<sup>1</sup> Место дисциплины будет учитываться при заполнении таблицы 1 в Приложении 1 (Фонд оценочных средств)

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Занятия лекционного типа, акад. часы	Занятия семинарского типа, акад. часы		Самостоятельная работа, акад. часы	Формируемые компетенции
			Семинары и/или практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Линейная алгебра	8	14		40	ОПК-3
2.	Векторная алгебра и аналитическая геометрия	14	14		40	ОПК-3
3.	Комплексные числа и многочлены.	4	2		38	ОПК-3
4.	Введение в математический анализ	6	12		11	ОПК-3
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	4	8		6	ОПК-3
6.	Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной		4		8	ОПК-3
	<b>Итого за первый семестр</b>	<b>36</b>	<b>54</b>		<b>143</b>	
6.	Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной	8	2			ОПК-3
7.	Интегральное исчисление функций одной переменной.	10	28		10	ОПК-3
8.	Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных	18	24		4	ОПК-3
	<b>Итого за второй семестр</b>	<b>36</b>	<b>54</b>		<b>35</b>	
9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	8	16		5	ОПК-3
10.	Числовые и функциональные ряды	10	20		5	ОПК-3
	<b>Итого за третий семестр</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>10</b>	
11.	Кратные интегралы	10	20		31	ОПК-3
12.	Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса	4	10		15	ОПК-3
13.	Потенциальные и соленоидальные поля	4	6		15	ОПК-3
	<b>Итого за четвёртый семестр</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>61</b>	
	<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>180</b>		<b>228</b>	

### 4.2 Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины

№ п/п	Код компетенции	Наименование раздела дисциплины
1	ОПК-3	Линейная алгебра
2	ОПК-3	Векторная алгебра и аналитическая геометрия
3	ОПК-3	Комплексные числа и многочлены.

№ п/п	Код компетенции	Наименование раздела дисциплины
4	ОПК-3	Введение в математический анализ
5	ОПК-3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной
6	ОПК-3	Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной
7	ОПК-3	Интегральное исчисление функций одной переменной.
8	ОПК-3	Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных
9	ОПК-3	Обыкновенные дифференциальные уравнения
10	ОПК-3	Числовые и функциональные ряды
11	ОПК-3	Кратные интегралы
12	ОПК-3	Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса
13	ОПК-3	Потенциальные и соленоидальные поля

#### 4.3. Занятия лекционного типа

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Понятие линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость и линейная независимость элементов линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. Единственность разложения по базису.	2	Разбор конкретных ситуаций
1	Матрицы, основные понятия. Определитель квадратной матрицы. Операции над матрицами и их свойства.	2	
1	Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие обратимости матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, матричные формы представления. Теорема Крамера.	2	
1	Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Разрешимость системы линейных алгебраических уравнений: теорема Кронекера-Капелли. Свойства решений однородных систем линейных алгебраических уравнений.	2	
2	Векторные величины и геометрические векторы. Линейные операции над векторами, их свойства. Теорема о линейной зависимости двух, трёх и четырёх векторов. Координаты векторов, связь с линейными операциями.	2	
2	Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Определение, свойства, вычисление в декартовом базисе.	2	
2	Декартова система координат. Радиус-вектор и координаты точки пространства. Задание геометрических объектов уравнениями. Уравнение плоскости в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.	2	Проблемная лекция
2	Прямая в пространстве: различные виды уравнений, расстояние от точки до прямой.	2	
2	Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Задачи на прямую и плоскость в пространстве: угол между плоскостями, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью.	2	Разбор конкретных ситуаций

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
2	Прямая на плоскости. Преобразование координат при замене декартового базиса на плоскости. Полярная система координат.	2	
2	Кривые второго порядка (конические сечения): канонический вид уравнений, основные свойства.	2	
3	Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная форма комплексного числа. Арифметические операции, возведение в степень.	2	
3	Многочлены. Операции над многочленами. Корень многочлена. Основная теорема алгебры. Теорема Безу. Разложение многочлена на линейные сомножители.	2	
4	Окрестность точки числовой прямой. Бесконечно удалённые точки. Определение предела, геометрическая интерпретация. Единственность предела. Предел последовательности.	2	Проблемная лекция
4	Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Бесконечно малые, бесконечно большие и ограниченные функции: определения и основные теоремы. Арифметические операции над пределами.	2	
4	Сравнение бесконечно малых. Непрерывность функции в точке. Классификация разрывов. Непрерывность функции на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано-Коши.	2	
5	Дифференцируемость функции, связь с непрерывностью. Понятия дифференциала и производной, их геометрический и механический смысл.	2	
5	Правила дифференцирования. Таблица производных: вывод некоторых формул. Производные и дифференциалы высших порядков.	2	
	<b>Итого за первый семестр</b>	<b>36</b>	
6	Теоремы о дифференцируемых функциях: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья.	2	
6	Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Формула Маклорена для функций $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ . Применение формулы Тейлора.	2	Разбор конкретных ситуаций
6	Монотонность функции. Необходимое условие монотонности. Достаточное условие монотонности. Экстремум. Необходимое условие экстремума. Первое и второе достаточное условие экстремума.	2	
6	Выпуклость функции. Необходимое условие выпуклости. Достаточное условие выпуклости. Точки перегиба. Асимптоты графика функции.	2	
7	Первообразная и неопределённый интеграл, определение и основные свойства. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределённом интеграле.	2	
7	Определённый интеграла Римана. Определение, свойства. Теорема о среднем, геометрический смысл интеграла.	2	Проблемная лекция



№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
7	Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Несобственные интегралы первого и второго рода.	2	
7	Геометрические приложения определённого интеграла: нахождение площади фигур (в декартовых координатах, с параметрически заданными границами, в полярных координатах), длина кривой (определение, понятие спрямляемой кривой, формулы для нахождения длины), объёмы тел (по площадям поперечных сечений и тел вращения).	4	Разбор конкретных ситуаций
8	Функции нескольких переменных: определение, способы задания, график, линии уровня. Предел и непрерывность.	2	
8	Дифференцируемость функций нескольких переменных. Частные производные, их геометрический смысл. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции.	2	
8	Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о перестановке порядка дифференцирования. Формула конечных приращений и формула Тейлора для функций двух переменных.	2	
8	Экстремум функций двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Поверхности в пространстве. Градиент функции нескольких переменных. Касательная плоскость к поверхности. Неявные функции, их дифференцирование.	2	Проблемная лекция
8	Двойной интеграл: определение, свойства, вычисление. Среднее значение функции двух переменных.	2	
8	Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.	2	
8	Приложения двойных интегралов: масса пластинки, центр масс пластинки, момент инерции, объёмы тел.	2	
8	Тройной интеграл: определение, свойства, вычисление. Среднее значение функции трёх переменных. Приложения тройных интегралов.	2	
8	Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.	2	
	<b>Итого за второй семестр</b>	<b>36</b>	
9	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка, формы представления. Задача Коши для уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности. Общее, частное и особое решение дифференциального уравнения.	2	Разбор конкретных ситуаций

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
9	Геометрическая интерпретация дифференциальных уравнений первого порядка. Метод изоклин. Уравнения высших порядков: задача Коши, теорема существования и единственности, общее решение. Дифференциальные уравнения второго порядка: геометрических и механический смысл задачи Коши.	2	
9	Линейные дифференциальные уравнения. Линейный дифференциальный оператор. Свойства решений линейного однородного дифференциального уравнения. Определитель Вронского. Линейная независимость решений линейного однородного уравнения, фундаментальная система решений, структура общего решения.	2	
9	Структура решения линейного однородного дифференциального уравнения. Нахождение его решения методом вариации произвольных постоянных. Построение фундаментальной системы решений для линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.	2	
10	Понятие числового ряда. Определение суммы ряда, сходимость и расходимость числовых рядов. Критерий Коши сходимости рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Ряды с положительными членами.	2	Проблемная лекция
10	Признаки сходимости: сравнения, Даламбера, Коши (радикальный), интегральный. Ряды с членами произвольного знака. Абсолютная и условная сходимость. Знакопередающиеся ряды: теорема Лейбница, оценка остатка лейбницевого ряда.	2	
10	Функциональные ряды. Понятие равномерной сходимости. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.	2	
10	Разложение функций в степенной ряд. Необходимое условие разложимости, единственность разложимости, достаточное условие разложимости. Разложение в степенной ряд функций $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(1+x)$ , $(1+x)^\alpha$ . Приложения степенных рядов.	2	Разбор конкретных ситуаций
10	Ряды Фурье. Разложение функций в ряд тригонометрический ряд Фурье: нахождение коэффициентов, единственность разложения, сходимость (теорема Дирихле).	2	
	<b>Итого за третий семестр</b>	<b>18</b>	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
11	Задачи, приводящие к тройному интегралу. Определение и свойства тройного интеграла. Стандартное представление областей интегрирования. Вычисление тройного интеграла путем сведения к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Якобианы перехода к цилиндрическим и сферическим координатам.	2	
11	Задачи, приводящие к криволинейным интегралам. Параметризуемые кривые. Определение и свойства криволинейного интеграла 1-го рода. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода путем сведения к обычному. Определение и свойства криволинейного интеграла 2-го рода. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода путем сведения к обычному.	2	
11	Задачи, приводящие к криволинейным интегралам. Параметризуемые кривые. Определение и свойства криволинейного интеграла 1-го рода. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода путем сведения к обычному. Определение и свойства криволинейного интеграла 2-го рода. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода путем сведения к обычному.	2	
11	Задачи, приводящие к поверхностным интегралам. Поверхности в пространстве: способы задания, ориентация поверхностей. Вычисление площади элемента поверхности. Определение и свойства поверхностного интеграла 1-го рода. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода путем сведения к двойному.	2	
11	Определение и свойства поверхностного интеграла 2-го рода. Вычисление поверхностного интеграла 2-го рода путем сведения к обычному различными способами.	2	
12	Скалярные и векторные поля. Оператор "набла" и его свойства. Точечные и интегральные характеристики полей. Силовые линии векторных полей.	2	Проблемная лекция
12	Теоремы Гаусса- Остроградского и Стокса. Формула Грина. Примеры применения формул Гаусса-Остроградского и Стокса к вычислению различных интегралов.	2	
13	Потенциальное поле. Необходимые и достаточные условия потенциальности. Задача восстановления скалярного потенциала.	2	
13	Соленоидальное поле. Необходимые и достаточные условия соленоидальности. Силовые трубки. Задача восстановления векторного потенциала.	2	
	<b>Итого за четвёртый семестр</b>	<b>18</b>	
	<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	

## 4.4 Занятия семинарского типа

### 4.4.1. Семинары, практические занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Матрицы. Операции над матрицами. Определители, их свойства.	4	
1	Формулы Крамера. Нахождение обратной матрицы.	2	-
1	Ранг матрицы. Элементарные преобразования над строками. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Свойства однородных систем линейных уравнений.	6	Разбор конкретных ситуаций
1	Контрольная работа № 1	2	-
2	Линейные операции над векторами.	4	-
2	Скалярное, векторное, смешанное произведение, их физический и геометрический смысл. Применение к решению геометрических задач.	4	
2	Плоскость и прямая в пространстве. Различные виды уравнений. Задачи на прямую и плоскость в пространстве.	6	Разбор конкретных ситуаций
3	Операции над комплексными числами.	2	
4	Понятие предела. Вычисление пределов алгебраических выражений. Неопределённости вида $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$ , $\{\infty - \infty\}$ , $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$ .	4	
4	Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые. Вычисление пределов трансцендентных функций.	6	
4	Контрольная работа № 2.	2	
5	Производная функции в точке. Таблица производных, основные правила дифференцирования. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.	6	
5	Контрольная работа № 3	2	
6	Задачи на применение производной функций одной переменной.	4	Групповая дискуссия
	<b>Итого за первый семестр</b>	<b>54</b>	
6	Полное исследование функций и построение их графиков.	2	
7	Первообразная и неопределённый интеграл. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование.	4	Разбор конкретных ситуаций
7	Замена переменной в неопределённом интеграле.	4	
7	Интегрирование по частям.	2	
7	Интегрирование рациональных функций.	2	
7	Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.	2	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
7	Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.	4	
7	Несобственные интегралы I-го и II-го рода.	4	Групповая дискуссия
7	Контрольная работа № 4.	2	
7	Геометрические приложения определённого интеграла	4	
8	Функции нескольких переменных: основные понятия. Частные производные, полный дифференциал.	4	
8	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функций двух переменных, наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.	4	
8	Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах	4	
8	Вычисление двойных интегралов в полярных координатах	2	
8	Контрольная работа № 5	2	
8	Приложение двойных интегралов	4	
8	Вычисление тройных интегралов в простейших случаях.	4	
	<b>Итого за второй семестр</b>	<b>54</b>	
9	Дифференциальные уравнения первого порядка	6	
9	Методы понижения порядка дифференциальных уравнений	2	
9	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Построение фундаментальной системы решений для однородного уравнения с постоянными коэффициентами	2	
9	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод Лагранжа.	2	
9	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с правой частью специального вида.	2	
9	Контрольная работа № 6	2	
10	Сходимость числовых рядов. Основные понятия. Признаки сходимости знакопостоянных рядов.	4	
10	Сходимость знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.	2	Групповая дискуссия
10	Функциональные ряды. Область сходимости. Сходимость степенных рядов.	2	
10	Контрольная работа № 7	2	
10	Разложение функций в степенной ряд	2	
10	Применение степенных рядов: приближённые вычисления значений функции, вычисление интегралов, решение дифференциальных уравнений.	2	Разбор конкретных ситуаций
10	Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье	6	
	<b>Итого за третий семестр</b>	<b>36</b>	

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
11	Краткое повторение темы двойной интеграл: свойства, методы вычисления путем сведения к повторному, замена переменных в двойном интеграле. Тройной интеграл: представление областей интегрирования в стандартном виде в различных системах координат	2	Групповая дискуссия
11	Вычисление тройного интеграла в различных системах координат.	2	
11	Физические и механические приложения тройных интегралов.	2	
11	Параметризация пространственных и плоских кривых. Вычисление криволинейных интегралов 1-го рода	2	Групповая дискуссия
11	Вычисление криволинейных интегралов 2-го рода	2	
11	Физические и механические приложения криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.	2	
11	Ориентированные поверхности. Способы представления поверхностей в пространстве. Построение поля нормалей.	2	Групповая дискуссия
11	Вычисление поверхностных интегралов 1-го рода различными способами.	2	Разбор конкретных ситуаций
11	Вычисление поверхностных интегралов 2-го рода различными способами.	2	
11	Физические и механические приложения поверхностных интегралов.	2	
12	Оператор «набла» и его свойства. Вычисление точечных характеристик скалярных и векторных полей. Интегральные характеристики векторных полей. Построение силовых линий векторного поля.	4	Групповая дискуссия
12	Теорема Гаусса-Остроградского. Вычисление кратных интегралов с помощью теоремы Гаусса-Остроградского	2	
12	Теорема Стокса и формула Грина. Вычисление поверхностных и криволинейных интегралов.	2	
12	Контрольная работа № 8	2	
13	Потенциальное векторное поле. Проверка необходимых и достаточных условий потенциальности. Потенциальность централизованного поля. Задача восстановления потенциала.	2	Групповая дискуссия
13	Соленоидальное векторное поле. Необходимое и достаточное условие соленоидальности. Задача восстановления векторного потенциала.	2	
13	Контрольная работа № 9	2	
	<b>Итого за четвёртый семестр</b>	<b>36</b>	
	<b>ИТОГО</b>	<b>180</b>	

#### 4.4.2. Лабораторные занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Примечание
	не предусмотрены		

#### 4.5. Самостоятельная работа обучающихся

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
1	Различные методы вычисления определителей квадратных матриц. Методы решения и анализа систем линейных уравнений. Выполнение индивидуального задания, подготовка к контрольной работе, подготовка к зачёту.	40	Кр, ИЗ, вопросы к зачёту
2	Решение геометрических задач методами векторной алгебры и аналитической геометрии. Выполнение индивидуального задания, подготовка к зачёту.	40	ИЗ, вопросы к зачёту
3	Возведение в степень комплексных чисел, извлечение корня. Выполнение индивидуального задания, подготовка к зачёту.	38	ИЗ, вопросы к зачёту
4	Определение предела в различных ситуациях. Методы раскрытия неопределённостей при вычислении пределов. Подготовка к контрольной работе и экзамену.	11	Кр, вопросы к экзамену
5	Освоение техники дифференцирования. Подготовка к контрольной работе.	6	Кр, вопросы к экзамену
6	Полное исследование функции и построение её графика. Выполнение РГР.	8	РГР
7	Методы интегрирования. Тригонометрические подстановки, дифференциальный бином. Специфика вычисления определённых интегралов. Нахождение площадей фигур и длин кривых в полярных координатах. Вычисление объёмов тел вращения методом цилиндрических оболочек. Выполнение РГР, подготовка к Кр № 4 и экзамену.	10	Кр, РГР, вопросы к экзамену
8	Методы представления функций двух переменных: таблица, график, линии уровня. Формула Тейлора и экстремум функций двух переменных. Замена переменных в кратных интегралах. Выполнение РГР, подготовка к Кр № 5 и экзамену.	4	Кр, РГР, вопросы к экзамену
9	Уравнения, приводящиеся к однородным или линейным дифференциальным уравнениям первого порядка. Различные методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Подготовка к Кр № 6 и зачёту.	5	Кр, вопросы к зачёту
10	Суммирование числовых и функциональных рядов. Разложение функций в тригонометрические и обобщённые ряды Фурье. Выполнение РГР,	5	Кр, РГР, вопросы к зачёту

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
	подготовка к Кр № 7 и зачёту.		
11	Тройные интегралы. Криволинейные интегралы I и II рода. Поверхностные интегралы I и II рода. Выполнение РГР. Подготовка к экзамену.	31	РГР, вопросы к экзамену
12	Скалярные и векторные поля. Их точечные и интегральные характеристики. Формула Гаусса-Остроградского и формула Стокса . Подготовка к Кр 8 и экзамену.	15	Кр, вопросы к экзамену
13	Потенциальное и соленоидальное поля. Необходимые и достаточные условия потенциальности и соленоидальности. Подготовка к Кр 9 и экзамену.	15	Кр, вопросы к экзамену
	<b>ИТОГО</b>	<b>228</b>	

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте Медиа: <http://media.technolog.edu.ru>

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Своевременное выполнение обучающимся мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех элементов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета и экзаменов. К сдаче зачета или экзамена допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Зачет и экзамен предусматривают выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуются вопросами (заданиями) двух видов: теоретический вопрос (для проверки знаний) и практическое задание (для проверки умений и навыков).

При сдаче зачета или экзамена, студент получает два вопроса из перечня вопросов и одно практическое задание, время подготовки студента к устному ответу — до 4 мин.

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в Приложении № 1.



## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **а) печатные издания:**

1. Шипачев, В. С. Высшая математика / В. С. Шипачев. – Москва: Юрайт, 2020 447 с. ISBN 978-5-534-12319-7
2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д. В. Беклемишев. – Санкт-Петербург: Лань, 2021-448 с. ISBN 978-5-8114-4416-3
3. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. - СПб.: Лань, 2006. – 608 с.
4. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа / Л. Д. Кудрявцев.- М.: Дрофа, Т. 1 - 2006. – 702 с.
5. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова – СПб.: Лань, 2008. - 400 с.
6. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – СПб., М.; Краснодар: Лань, 2008. – 276 с.

### **б) электронные учебные издания:**

1. Шаляпина, О. В. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия (справочные материалы): метод. указания / О. В. Шаляпина, Т. А. Уланова.. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), каф. высш. математики 2008. – 21 с. (ЭБ)
2. Шаляпина, О. В. Линейная алгебра (справочные материалы): метод. указания / О. В. Шаляпина, Т. А. Уланова; СПбГТИ(ТУ). Каф. высш. математики. - СПб., 2008. - 19 с. (ЭБ)
3. Шаляпина, О. В. Типовые варианты контрольной работы по теме Векторная алгебра и аналитическая геометрия: метод. указания / О. В. Шаляпина, Н. Н. Гизлер, В. С. Капитонов; СПбГТИ(ТУ). Каф. высш. математики. - СПб., 2009. - 23 с. (ЭБ)
4. Груздков, А. А. Элементы теории пределов: метод. указания / А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко; СПбГТИ(ТУ). Каф. высш. математики. - СПб., 2010. – 64 с. (ЭБ)
5. Слободинская, Т. В. Пределы. Рекомендации к решению задач контрольной работы: метод. указания / Т. В. Слободинская, А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко; СПбГТИ(ТУ). Каф. высш. математики. - СПб., 2010. – 29 с. (ЭБ)
6. Шаляпина, О. В. Предел и непрерывность функции. справочные материалы.: метод. указания / О. В. Шаляпина, Т. А. Уланова, В. С. Капитонов. – СПб., 2012. – 22 с. (ЭБ)
7. Шаляпина, О. В. Производные и дифференциалы. справочные материалы. / О. В. Шаляпина, Т. А. Уланова, В. С. Капитонов. – СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2012. – 18 с. (ЭБ)
8. Решение типовых вариантов контрольной работы по теме производные функции одной переменной: метод. указания / П. Е. Баскакова, Т. В. Винник, Н. Н. Гизлер, А. Д. Бабаев.- СПб.: СПбГТИ(ТУ). Каф. высш. математики, 2011. – 16 с. (ЭБ)
9. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков: метод. указания / Т. В. Слободинская, П. Е. Баскакова, А. А. Груздков, Н. Н. Гизлер, Ю. А. Неoberдин. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2013. – 25 с. (ЭБ)

10. Груздков, А. А. Техника вычисления определенных интегралов: метод. указания / А. А. Груздков. – СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2012. – 61 с. (ЭБ)
11. Груздков, А. А. Интегральное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / А. А. Груздков. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2013. – 139 с. (ЭБ)
12. Груздков, А. А. Вычисление и приложения двойных интегралов: методические указания / А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2013. - 58 с. (ЭБ)
13. Винник, Т. В. Вычисление тройных интегралов в декартовых и криволинейных координатах: методические указания / Т. В. Винник, А. А. Груздков, М. Б. Купчиненко СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2013. – 53 с. (ЭБ)
14. Фаттахова, М. В. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Решение задач: метод. указания / М. В. Фаттахова, М. Б. Купчиненко, Н. М. Климовицкая; СПбГТИ(ТУ). Каф. высш. математики. - СПб., 2009. – 65 с. (ЭБ)
15. Шаляпина, О. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / О. В. Шаляпина, В. С. Капитонов; СПб., СПбГТИ(ТУ). Каф. математики, 2013. – 38 с. (ЭБ)
16. Груздков, А. А. Ряды: учебное пособие / А. А. Груздков, О. В. Шаляпина, В. С. Капитонов. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2014. – 65 с. (ЭБ)
17. Ржонсницкий, А. В. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / А. В. Ржонсницкий - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2009. – 58 с. (ЭБ)
18. Долгополов, Д. В. Статистическое оценивание и проверка статистических гипотез: метод. указания / Д. В. Долгополов. - СПб: СПбГТИ(ТУ), 2014. – 14 с. (ЭБ)

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

учебный план, РПД и учебно-методические материалы: <http://media.technolog.edu.ru>  
 электронно-библиотечные системы:  
 «Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;  
 «Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

## **8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Все виды занятий по дисциплине «Математика» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТО СПбГТИ 018-2014. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Семинары и практические занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКВД. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов является:

- плановость в организации учебной работы;
- серьезное отношение к изучению материала;
- постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходить, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

### **10.1. Информационные технологии**

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

- чтение лекций с использованием слайд-презентаций;
- взаимодействие с обучающимися посредством ЭОИС.

### **10.2. Программное обеспечение**

При выполнении РГР студенты используют пакет прикладных программ Mathcad.

### **10.3. Базы данных и информационные справочные системы**

[wolphramalpha.com/examples/mathematics](http://wolphramalpha.com/examples/mathematics)

## **11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для ведения лекционных и практических занятий используются аудитории кафедры математики.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оборудованный 16 персональными компьютерами, объединенными в сеть.

## **12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья**

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебные процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014 г.

**Фонд оценочных средств**  
для проведения промежуточной аттестации по  
дисциплине «Математика»

**1. Перечень компетенций и этапов их формирования.**

<b>Компетенции</b>		
<b>Индекс</b>	<b>Формулировка<sup>2</sup></b>	<b>Этап формирования<sup>3</sup></b>
<b>ОПК-3</b>	способностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	начальный

---

<sup>2</sup> **жирным шрифтом** выделена та часть компетенции, которая формируется в ходе изучения данной дисциплины (если компетенция осваивается полностью, то фрагменты)

<sup>3</sup> этап формирования компетенции выбирается по п.2 РПД и учебному плану (начальный – если нет предшествующих дисциплин, итоговый – если нет последующих дисциплин (или компетенция не формируется в ходе практики или ГИА), промежуточный - все другие.)

## 2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания

Код и наименование компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)		
			«удовлетворительно» (пороговый)	«хорошо» (средний)	«отлично» (высокий)
<b>ОПК-3</b> способностью выявлять естественную аучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат	Основные определения и теоремы линейной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа (З-1)	Правильные ответы на вопросы № 10-14 к зачёту за первый семестр, выполнение индивидуального задания.	Знает определения и умеет выполнять операции над векторами. Затрудняется с обоснованием свойств.	Знает определения операций над векторами, обосновывает свойства, умеет выполнять операции. Допуская отдельные ошибки.	Знает определения операций над векторами, обосновывает их свойства, умеет правильно выполнять.
	Составляет различные виды уравнений прямых и плоскостей в пространстве (ЗН-2)	Правильные ответы на вопросы № 10-22 к зачёту за первый семестр.	Записывает уравнения, затрудняясь с объяснением геометрического смысла их параметров. Применяет формулы, не зная их вывода.	Записывает уравнения и применяет формулы, допуская неточности в их обосновании.	Записывает уравнения, давая их обоснование и разъясняя геометрический смысл их параметров. Умеет выводить используемые формулы.
	Формулирует геометрические определения конических сечений и записывает и их канонические уравнения (ЗН-3)	Правильные ответы на вопрос № 23 к зачёту за первый семестр, выполнение индивидуального задания.	Записывает канонические уравнения кривых и знает их вид, затрудняясь при формулировке их геометрических определений и важнейших свойств.	Записывает канонические уравнения кривых, давая их точные геометрические определения и указывая нужную систему координат.	Выводит уравнения кривых, исходя из их геометрических определений.

Знает определения основных понятий линейной алгебры и формулировки базовых теорем (ЗН-4)	Правильные ответы на вопросы № 1-8 к зачёту за первый семестр.	Даёт определения основных понятий и формулирует теоремы, допуская неточности или неполноту изложения.	Даёт точные определения и формулировки, затрудняясь с обоснованием утверждений и разъяснений взаимосвязей между различными вопросами.	Даёт точные определения и формулировки, обосновывает свои утверждения, демонстрирует понимание взаимосвязей между различными вопросами курса.
Переводит комплексные числа из алгебраической в тригонометрическую и показательную форму, формулирует основные теоремы о многочленах (ЗН-5)	Правильные ответы на вопросы № 24, 25 к зачёту за первый семестр.	Записывает различные формы комплексного числа, затрудняясь с переходом от одной формы к другой. Допускает неточности в формулировках теорем.	Свободно переходит от одной формы представления комплексного числа к другой. Даёт точные формулировки теорем, затрудняясь с формулировкой их следствий.	Выводит правила выполнения операций над комплексными числами. Даёт точные формулировки теорем о многочленах и объясняет их следствия.
Формулирует определение предела и основные теоремы о пределах (ЗН-6)	Вопросы №№ 1-9 к экзамену за второй семестр.	Записывает формальное определение предела, затрудняясь в его применении. Допускает неточности в формулировках теорем.	Записывает формальное определение предела. Даёт точные формулировки теорем, допуская неточности в их доказательствах.	Записывает формальное определение предела и успешно применяет его в доказательствах теорем.
Формулирует определения основных понятий и базовые теоремы дифференциального исчисления (ЗН-7)	Вопросы №№ 10-23 и 37-44 к экзамену за второй семестр.	Знает содержательный смысл основных понятий дифференциального исчисления, но допускает ошибки в их формальном определении. Допускает неточности в формулировках теорем.	Записывает определения основных понятий, объясняя их содержательный смысл. Приводит точные формулировки теорем, допуская неточности в их доказательствах.	Даёт точные определения основных понятий и корректно применяет их при доказательстве теорем дифференциального исчисления.

<p>Даёт определение понятия интеграла, записывает основные формулы для интегрирования функций, формулирует основные теоремы интегрального исчисления (ЗН-8)</p>	<p>Вопросы №№ 24-33 и 45-52 к экзамену за второй семестр.</p>	<p>Знает содержательный смысл понятия интеграла, но допускает неточности в его формальном определении. Допускает неточности в формулировках теорем интегрального исчисления.</p>	<p>Правильно записывает определение интеграла. Правильно формулирует теоремы интегрального исчисления, но допускает неточности в их доказательствах.</p>	<p>Даёт точное определение интеграла, правильно формулирует и корректно доказывает теоремы интегрального исчисления.</p>
<p>Знает постановку задач для дифференциальных уравнений и основные теоремы о дифференциальных уравнениях (ЗН-9)</p>	<p>Вопросы №№ 1-13 к экзамену за третий семестр</p>	<p>Знает постановку задачи Коши, определение понятия общего решения дифференциального уравнения, затрудняясь с оценкой корректности постановки задачи.</p>	<p>Знает постановку задачи Коши, формулировку теоремы существования и единственности, затрудняясь в её применении к конкретным уравнениям.</p>	<p>Знает постановку задачи Коши, умеет оценивать её корректность в конкретных случаях. Разъясняет понятия общего, частного и особого решения.</p>
<p>Знает постановку задач для дифференциальных уравнений и основные теоремы о дифференциальных уравнениях (ЗН-10)</p>	<p>Вопросы №№ 1-13 к экзамену за третий семестр</p>	<p>Знает постановку задачи Коши, определение понятия общего решения дифференциального уравнения, затрудняясь с оценкой корректности постановки задачи.</p>	<p>Знает постановку задачи Коши, формулировку теоремы существования и единственности, затрудняясь в её применении к конкретным уравнениям.</p>	<p>Знает постановку задачи Коши, умеет оценивать её корректность в конкретных случаях. Разъясняет понятия общего, частного и особого решения.</p>

Знает определение суммы ряда и основные признаки сходимости числовых рядов (ЗН-11)	Вопросы №№ 14-19 к экзамену за третий семестр, выполнение Кр № 7.	Формулирует определение суммы ряда и основные признаки, допуская неточности.	Формулирует определение суммы ряда и основные признаки, допуская неточности в их обосновании.	Даёт развёрнутые определения основных понятий и формулировки признаков сходимости, давая детальные разъяснения.
Знает определение основных понятий и важнейшие теоремы о функциональных рядах (ЗН-12)	Вопросы №№ 20-29 к экзамену за третий семестр, выполнение Кр № 7, РГР № 2.	Формулирует важнейшие теоремы, допуская неточности, применяет их к решению задач, совершая незначительные ошибки	Даёт точные определения основных понятий и формулировки теорем о функциональных рядах. Правильно применяет теоремы к решению задач, допуская ошибки вычислительного характера.	Даёт точные формулировки теорем о функциональных рядах. Правильно решает задачи на функциональные ряды, давая детальное теоретическое обоснование результата.
Знает и применяет основные теоремы и формулы теории кратных интегралов (ЗН-13).	Вопросы №№ 1-12 к экзамену за четвёртый семестр, выполнение РГР № 3	Допускает неточности в формулировках теорем теории кратных интегралов и незначительные ошибки в их применении.	Правильно формулирует основные теоремы теории кратных интегралов, затрудняется в оценке корректности применимости формул в конкретных ситуациях.	Правильно формулирует основные теоремы теории кратных интегралов, даёт развёрнутое теоретическое обоснование при определении кратных интегралов всех видов.



Знает формулы Стокса и Гаусса-Остроградского (ЗН-14).	Вопросы №№ 13-19 к экзамену за четвёртый семестр, выполнение Кр № 8.	Знает определения и содержательный смысл теорем Стокса и Гаусса-Остроградского. Допускает неточности в формулировках, затрудняется с обоснованием утверждений.	Знает точные определения и содержательный смысл теорем Стокса и Гаусса-Остроградского. Может объяснять связь между кратными интегралами различных видов, допускает неточности при ответе.	Знает точные определения и содержательный смысл теорем Стокса и Гаусса-Остроградского. Может объяснять связь между кратными интегралами различных видов, Может корректно обосновывать свои утверждения.
Знает определения потенциального и соленоидального полей и их свойства. (ЗН-15).	Вопросы №№ 20-23 к экзамену за четвёртый семестр, выполнение Кр № 9.	Знает основные определения потенциального и соленоидального полей и их свойства, может объяснить их содержательный смысл, но затрудняется в пояснении их применения в различных случаях.	Знает определения потенциального и соленоидального полей и их свойства, их содержательный смысл и свойства, затрудняется в обосновании своих утверждений.	Знает определения потенциального и соленоидального полей и их свойства, их содержательный смысл и свойства, может их подробно обосновать свои утверждения.
Решает методами аналитической геометрии основные задачи о прямых и плоскостях в пространстве (У-1)	Выполнение индивидуального задания и практического задания на зачёте	Решает простейшие задачи, не давая полного обоснования и допуская ошибки.	Решает задачи, обосновывая решения, допуская незначительные ошибки.	Решает задачи, давая подробное обоснование решения и приводя понятный пояснительный рисунок.

Анализирует однозначную разрешимость систем линейных алгебраических уравнений и находит их решения (У-2)	Выполнение Кр № 1 и практического задания на зачёте.	Находит решения систем линейных алгебраических уравнений, допуская ошибки и затрудняясь с обоснованием.	Находит решения систем линейных алгебраических уравнений, обосновывая ответ, но допуская ошибки вычислительного характера.	Находит решения систем линейных алгебраических уравнений, обосновывая ответ и выполняя проверку.
Выполняет операции над комплексными числами, раскладывает многочлены на множители (У-3)	Выполнение индивидуального задания	Решает задачи, получая существенные указания преподавателя.	Самостоятельно решает задачи, допуская незначительные ошибки.	Самостоятельно правильно выполняет все задания.
Вычисляет пределы, раскрывая основные типы неопределённостей (У-4)	Выполнение Кр № 2.	Правильно определяет вид неопределённости, но допускает ошибки при их раскрытии.	Вычисляет пределы, допуская ошибки вычислительного характера.	Правильно вычисляет пределы с различными типами неопределённостей.
Вычисляет производные и дифференциалы функций (У-5)	Выполнение Кр № 3 и 5, РГР.	Вычисляет производные и дифференциалы, допуская незначительные ошибки при применении формул дифференциального исчисления.	Вычисляет производные и дифференциалы, допуская незначительные ошибки вычислительного характера.	Применяет правила дифференциального исчисления, обоснованно получая верный результат.
Применяет методы дифференциального исчисления к исследованию функций и построению графиков функций (У-6)	Выполнение РГР.	Правильно проводит исследование функции, получая существенные указания преподавателя.	Самостоятельно проводит исследование функции, допуская вычислительные ошибки и неточности в обосновании.	Самостоятельно проводит исследование функции, обоснованно получая правильный результат.

Вычисляет интегралы и применяет интегральное исчисление к решению прикладных задач (У-7)	Выполнение Кр № 4 и РГР. Вопросы №№ 34-36, 48, 53 к экзамену за второй семестр	Вычисляет интегралы, допуская незначительные ошибки в применении формул интегрального исчисления. Допускает ошибки в применении формул интегрального исчисления при решении прикладных задач.	Вычисляет интегралы и правильно применяет формулы интегрального исчисления к решению задач, допуская ошибки вычислительного характера.	Правильно применяет правила интегрирования. Применяя интегральное исчисление, получает правильный и обоснованный результат при решении прикладных задач.
Применяет стандартные методы нахождения решений дифференциальных уравнений (У-8)	Выполнение Кр № 6.	Находит решения дифференциальных уравнений стандартными методами, допуская алгоритмические ошибки.	Находит решения дифференциальных уравнений стандартными методами, допуская вычислительные ошибки.	Находит решения дифференциальных уравнений, давая подробное обоснование.
Умеет исследовать сходимость числовых рядов и определять область сходимости функциональных рядов (У-9)	Вопросы №№ 14-23 и 27 к экзамену за третий семестр, выполнение Кр № 7	Анализирует сходимость рядов, допуская неточности или погрешности в обосновании ответа.	Анализирует сходимость рядов, допуская неточности в обосновании ответа.	Делает правильные заключения о сходимости рядов, давая подробное теоретическое обоснование.
Умеет представлять функции в виде суммы функционального ряда (У-10)	Вопросы №№ 24-29 к экзамену за третий семестр, РГР № 2.	Умеет находить разложения функций в степенные ряды и ряды Фурье, допуская ошибки или получая указания преподавателя.	Умеет самостоятельно находить разложения функций в степенные ряды и ряды Фурье, допуская отдельные неточности.	Умеет самостоятельно находить разложения функций в степенные ряды и ряды Фурье, давая подробное теоретическое обоснование.

Умеет применять алгоритмы вычисления кратных интегралов (У-11).	Вопросы №№ 1-12 к экзамену за четвертый семестр, выполнение РГР № 3	Решает стандартные задачи теории кратных интегралов, допуская отдельные ошибки.	Правильно определяет метод вычисления и применяет соответствующий алгоритм для вычисления кратного интеграла, допуская вычислительные ошибки и неточности в обосновании решения.	Умеет находить правильный алгоритм решения нестандартных задач теории кратных интегралов, аккуратно обосновывает решения задач.
Применяет формулы Стокса и Гаусса-Остроградского (У-12).	Вопросы №№ 13-19 к экзамену за четвертый семестр, выполнение Кр № 8.	Применяет формулы Стокса и Гаусса-Остроградского, допуская отдельные ошибки в вычислениях и неточности в интерпретации результатов.	Применяет формулы Стокса и Гаусса-Остроградского, допуская незначительные ошибки. Видит связь между интегралами различных видов.	Применяет формулы Стокса и Гаусса-Остроградского. Получает верные результаты и умеет корректно их интерпретировать. Может объяснить связь между интегралами различных видов.
Определяет потенциальность и соленоидальность векторных полей (У-13).	Вопросы №№ 20-23 к экзамену за четвертый семестр, выполнение Кр № 9.	Умеет определять потенциальность и соленоидальность векторных полей. Допускает неточности в выводах.	Умеет определять потенциальность и соленоидальность векторных полей. Допускает отдельные ошибки в вычислениях и неточности в обосновании.	Умеет определять потенциальность и соленоидальность векторных полей и делать корректные выводы. Обоснованно получает верные результаты.

Проводит вычисления необходимые для решения задач аналитической геометрии (Н-1).	Выполнение Кр № 1 и индивидуального задания, выполнение практического задания на зачёте.	Проводит необходимые вычисления, допуская ошибки алгоритмического характера.	Проводит необходимые вычисления, допуская ошибки вычислительного характера.	Правильно проводит все необходимые вычисления.
Понимает роль понятия предела, как теоретической основы методов математического анализа (Н-2)	Вопросы №№ 5, 6, 10, 12, 27, 28, 32, 33, 45 к экзамену за второй семестр и вопросы №№ 14 и 26 к экзамену за третий семестр.	Объясняет ключевые понятия математического анализа, как результат предельного перехода, допуская неточности в формальных определениях.	Даёт определения важнейших понятий математического анализа, как результата предельного перехода, затрудняясь в объяснении его содержательного смысла на реальных примерах.	Даёт определения важнейших понятий математического анализа, как результата предельного перехода, давая детальное объяснение содержательного смысла на реальных примерах.
Дифференцирует функции и применения дифференциальное исчисление к решению задач (Н-3)	Кр № 3 и 5, РГР, вопросы №№ 19-23 к экзамену за второй семестр.	Применяет дифференциальное исчисление, допуская незначительные ошибки в применении правил и формул.	Применяет дифференциальное исчисление, допуская незначительные вычислительные ошибки	Применяет дифференциальное исчисление, обоснованно получая верные результаты.
Интегрирует функции и вычисляет значения искомых величин через интегралы (Н-4).	Кр № 4, РГР, вопросы №№ 34-36, 48, 53.	Применяет интегральное исчисление, допуская незначительные ошибки в применении правил и формул.	Применяет интегральное исчисление, допуская незначительные вычислительные ошибки	Применяет интегральное исчисление, обоснованно получая верные результаты.

Владеет навыками составления и решения дифференциальных уравнений (Н-5).	Выполнение Кр № 6, вопросы №№ 1-13 к экзамену за третий семестр.	Решает прикладные задачи, сводя их к решению дифференциальных уравнений, допуская ошибки или не давая подробного обоснования.	Решает прикладные задачи, сводя их к решению дифференциальных уравнений, допуская незначительные вычислительные ошибки или неточности в обосновании.	Решает прикладные задачи, сводя их к решению дифференциального уравнения, давая детальные разъяснения и правильно производя необходимые вычисления.
Владеет навыками нахождения искомых величин в виде суммы ряда (Н-6).	Вопросы №№ 21, 24-26 к экзамену за третий семестр, РГР № 2.	Вычисляет характеристики с помощью рядов, затрудняясь с обоснованием результата.	Вычисляет характеристики с помощью рядов, обосновывает результат, допуская отдельные неточности.	Вычисляет характеристики с помощью рядов, корректно обосновывая результат.
Владеет навыками применения методов векторного анализа к прикладным задачам (Н-7).	Вопросы №№ 13-23 к экзамену за четвёртый семестр, выполнение Кр № 8, Кр № 9.	Понимает предмет и основные задачи векторного анализа. Может подбирать адекватные математические модели к описанию предлагаемых ситуаций. Допускает неточности, затрудняется с обоснованием.	Понимает предмет и основные задачи векторного анализа. Оценивает корректность применения математических моделей в конкретных ситуациях, не всегда верно обосновывая утверждения.	Понимает предмет и основные задачи векторного анализа. Может подбирать адекватные математические модели реальных ситуаций, корректно обосновывая свой выбор.

Шкала оценивания соответствует СТО СПбГТИ(ТУ):

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме зачета, то результат оценивания – «зачтено», «не зачтено»;

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и (или) курсового проекта (работы), то шкала оценивания – балльная.

### **3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации**

#### **3.1 Вопросы для оценки знаний, умений и навыков, сформированных у студента по компетенциям ОПК-1**

##### **Вопросы к зачёту (первый семестр)**

1. Понятие линейного пространства. Определение, примеры.
2. Линейная зависимость и линейная независимость элементов линейного пространства.
3. Матрицы. Операции над матрицами, их свойства.
4. Определители. Свойства определителей и способы вычисления (на примере определителей третьего порядка).
5. Обратные и обратимые матрицы. Нахождение обратных матриц.
6. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре (формулировка). Элементарные преобразования матриц.
7. Теорема Крамера. Решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера.
8. Совместные и несовместные системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Однородные системы линейных алгебраических уравнений, их нетривиальные решения.
10. Линейные операции над векторами и их свойства. Линейно зависимые и независимые системы векторов.
11. Теорема о линейной зависимости двух, трех и четырех векторов.
12. Скалярное произведение векторов. Определение, свойства. Угол между векторами.
13. Векторное произведение векторов. Определение, свойства, геометрический смысл.
14. Смешанное произведение трех векторов. Определение, свойства, геометрический смысл.
15. Плоскость в пространстве. Уравнения плоскости.
16. Векторное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
17. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями.
18. Прямая в пространстве. Уравнение прямой.
19. Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей. Переход к другим уравнениям прямой.
20. Векторное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
21. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми.
22. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
23. Канонические уравнения кривых 2-го порядка: эллипса, гиперболы и параболы.
24. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа. Действия с комплексными числами.
25. Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Теорема о разложении многочлена на множители.

##### **Вопросы к экзамену (второй семестр)**

1. Окрестность точки числовой прямой. Предел функции в точке. Предел в бесконечно удаленной точке. Геометрическая интерпретация предела.
2. Односторонние пределы. Теорема о существовании предела функции в точке.

3. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва. Классификация точек разрыва.
4. Предел функции в точке. Единственность предела.
5. Бесконечно малые функции в точке. Теоремы о бесконечно малых.
6. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.
7. Теорема о предельном переходе под знаком неравенства. Теорема о сжатой переменной (формулировка).
8. Теорема о сохранении знака функции. Теорема о связи функции, имеющей конечный предел, с бесконечно малой.
9. Односторонняя непрерывность. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Больцано-Коши и Вейерштрасса (без доказательства).
10. Производная функция в точке. Геометрическая и механическая интерпретация.
11. Дифференцируемые функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции.
12. Производная функции в точке. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного.
13. Дифференцирование сложной функции. Производная обратной функции.
14. Теорема Ферма.
15. Теорема Ролля.
16. Теорема Лагранжа.
17. Теорема Коши.
18. Правило Лопиталья (формулировка).
19. Экстремумы функции одной переменной. Необходимое условие экстремума.
20. Экстремумы функции одной переменной. Достаточные условия экстремума.
21. Направление выпуклости графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
22. Точки перегиба. Необходимое условие существования перегиба. Достаточное условие существования перегиба.
23. Понятие о многочлене Тейлора. Формула Тейлора для функции одной переменной (без доказательства). Формула Маклорена для функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ .
24. Первообразная и неопределённый интеграл. Их свойства.
25. Первообразная и неопределённый интеграл. Методы вычисления неопределённых интегралов: интегрирование по частям и замена переменной.
26. Дробно-рациональная функция. Типы простейших алгебраических дробей и их интегрирование.
27. Интегральная сумма Римана. Определённый интеграл Римана. Интегрируемые функции. Геометрическая интерпретация определённого интеграла.
28. Определённый интеграл Римана. Свойства определённого интеграла. Теорема о среднем.
29. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о его производной. Существование первообразной непрерывной функции.
30. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
31. Определённый интеграл Римана. Методы вычисления: интегрирование по частям и замена переменной.



32. Понятие о несобственных интегралах I-го рода. Интегралы вида  $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$  ( $a, p > 0$ ).
33. Понятие о несобственных интегралах II-го рода. Интегралы вида  $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^p}$  ( $a, p > 0$ ).
34. Кривые на плоскости и в пространстве. Спрямолинейная кривая, длина дуги кривой (вывод формулы для явно заданной кривой). Дифференциал длины дуги.
35. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах.
36. Вычисление объемов тел по площадям поперечных сечений и объемов тел вращения.
37. Функции двух переменных. Предел и непрерывность. Частные производные, их геометрическая интерпретация.
38. Дифференцируемые функции двух переменных. Полный дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости.
39. Дифференцируемые функции двух переменных. Дифференцирование сложной функции.
40. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о перестановке порядка дифференцирования (формулировка).
41. Формула Тейлора для функции двух переменных.
42. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое условие существования экстремума.
43. Экстремумы функции двух переменных. Достаточное условие существования экстремума (формулировка).
44. Дифференцирование функции, заданной неявно.
45. Определение и свойства двойного интеграла.
46. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.
47. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
48. Приложения двойного интеграла.
49. Определение и свойства тройного интеграла.
50. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат.
51. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической системе координат.
52. Вычисление тройного интеграла в сферической системе координат.
53. Приложения тройного интеграла.

### Вопросы к экзамену (третий семестр)

1. Определение дифференциального уравнения, его порядка, решения. Примеры составления и решения дифференциальных уравнений.
2. Геометрическое (качественное) исследование дифференциальных уравнений 1-го порядка. Общее, частное решения, их геометрический смысл. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения, их геометрический смысл. Особое решение. Решение однородного дифференциального уравнения 1-го порядка.

4. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
5. Определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши, ее геометрическое истолкование для уравнений 2-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Метод понижения порядка дифференциального уравнения.
7. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Общее и частное решения. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения.
8. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений.
9. Линейно независимые решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Определитель Вронского. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.
10. Фундаментальная система решений. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
11. Неоднородные линейные уравнения  $n$ -го порядка, структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений.
13. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Структура общего решения. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов.
14. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда. Критерий Коши для числовых рядов. Необходимое условие сходимости. Остаток сходящегося ряда. Общие свойства сходящихся рядов.
15. Интегральный признак сходимости Коши. Обобщенный гармонический ряд.
16. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
17. Сходимость ряда, сумма ряда, остаток сходящегося ряда. Ряды с положительными членами. Признак Даламбера.
18. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
19. Ряды с членами любого знака. Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
20. Функциональные ряды. Сходимость в точке. Область сходимости. Сумма функционального ряда. Равномерная сходимость. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
21. Равномерная сходимость функционального ряда. Теоремы о непрерывности суммы равномерно сходящегося ряда и о почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов. Ряд Маклорена для функции  $\arctg x$ .
22. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости.

23. Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
24. Разложение функции в ряд. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условия разложимости функции в ряд Тейлора. Ряд Маклорена для функции  $\ln(1+x)$ .
25. Разложение функции в степенной ряд. Единственность разложения. Ряды Маклорена для функций:  $\cos x$ ,  $(1+x)^\alpha$ .
26. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для функций:  $e^x$ ,  $\sin x$ .
27. Ортогональные системы функций. Обобщенный ряд Фурье. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.
28. Ортогональные системы тригонометрических функций. Тригонометрические ряды Фурье для функций, заданных на отрезке  $[-l, l]$  и для периодических функций.
29. Тригонометрические ряды Фурье для четных и нечетных функций. Разложение в ряд Фурье по синусам и косинусам функций, заданных на отрезке  $[0, l]$ .

#### **Вопросы к экзамену (четвёртый семестр)**

1. Тройной интеграл, его определение свойства. Сведение тройного интеграла к повторному для стандартной области.
2. Замена переменных в тройном интеграле. Якобиан перехода к цилиндрическим и сферическим координатам.
3. Параметризация пространственных кривых.
4. Определение криволинейных интегралов 1-го рода (по длине), их свойства и вычисление путем сведения к обычному интегралу.
5. Определение криволинейных интегралов 2-го рода (по координатам), их свойства и вычисление путем сведения к обычному интегралу.
6. Задачи, приводящие к поверхностным интегралам.
7. Ориентируемые и неориентируемые поверхности. Ориентация плоских областей.
8. Вычисление площади элемента поверхности при явном и параметрическом задании поверхности.
9. Определение и свойства поверхностных интегралов 1-го рода.
10. Вычисление поверхностных интегралов 1-го рода
11. Определение и свойства поверхностных интегралов 2-го рода.
12. Вычисление поверхностных интегралов 2-го рода различными способами.
13. Скалярное и векторное поле. Примеры.
14. Оператор «набла». Точечные характеристики полей, их физический и механический смысл.
15. Свойства оператора "набла".
16. Интегральные характеристики векторных полей.
17. Формула Гаусса-Остроградского (без док-ва).
18. Теорема Стокса (без док-ва).
19. Формула Грина (как следствие формулы Стокса).

20. Потенциальное поле: определение. Теоремы о необходимых и достаточных условиях потенциальности.
21. Задача о восстановлении скалярного потенциала.
22. Определение соленоидального поля и его физический смысл.
23. Задача о восстановлении векторного потенциала соленоидального поля.

К зачетам и экзаменам допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля. При сдаче зачета или экзамена, студент получает два вопроса из перечня, приведенного выше и практическое задание аналогичное заданиям контрольных работ, приведённым ниже.

Время подготовки студента к устному ответу на вопросы - до 45 мин.

### 3.2 Состав контрольных работ

#### Типовые варианты контрольной работы № 1 (первый семестр)

##### ВАРИАНТ 1

1.  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти:  $2A^T A - 4A^{-1}$ .
2. Исследовать и решить систему уравнений 
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 = -4 \end{cases}$$
3. Найти  $BA^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 1 \\ -6 & -4 & -6 \\ 9 & 3 & 15 \end{pmatrix}$ .

##### ВАРИАНТ 2

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  Найти:  $2A^{-1} - A^T A$
2. Исследовать и решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$
3. Найти  $BA^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -5 & 5 & -4 \\ -4 & 5 & -1 \\ -9 & 12 & 3 \end{pmatrix}$ .

**Типовые варианты контрольной работы № 2 (первый семестр)**

**ВАРИАНТ 1**

- $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 2n})$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{x^2 + 10x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x \sin 2x)}{1 - \cos 2x}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x - 2}$

**ВАРИАНТ 2**

- $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - n})$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 2} - \sqrt{2}}{\sin 2x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{e^{x^2} - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{x - 1}$

**ВАРИАНТ 3**

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2 + n)^3}{(n - 1)^2 - (n + 1)^3}$
- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 27}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\sqrt{x + 1} - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin 3x)}{e^{6x} - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$

**ВАРИАНТ 4**

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2 - n)^2 - (2 + n)^2}{(2 + n)^2 - (1 - n)^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - x - 6}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg}(\pi(x + 3))}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \arcsin 2x)}{e^{4x} - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x - \ln 2}{2^x - 4}$

**Типовые варианты контрольной работы № 3 (первый семестр)**

**ВАРИАНТ 1**

- $y = 5x^3 \operatorname{tg} \sqrt{x} + \frac{\sin^3(3x^2 + 5)}{\sqrt{x + \cos^2 x}}$ , найти  $y'$  - ?
- $y = x^{\operatorname{tg} 4x}$ , найти  $y'$  - ?
- $y = \cos^3 5x$ , найти  $dy$  - ?
- $y = \frac{3x + 5}{2x - 3}$ , найти  $y''$  - ?

5. 
$$\begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \cos^3 t \end{cases}, \text{ найти } \frac{dy}{dx} - ?$$

**ВАРИАНТ 2**

1. 
$$y = 3^{x^4 \operatorname{ctg} x^2} + \frac{\sin^3(2 \cos x)}{\sqrt{x^2 + \ln x}}, \text{ найти } y' - ?$$

2.  $y = x^{\cos 3x}$  найти  $y' - ?$

3.  $y = e^{-x^2}$  найти  $dy - ?$

4.  $y = x \cdot \ln x$ , найти  $y'' - ?$

5. 
$$\begin{cases} x = \sqrt{1+t^2} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \end{cases}, \text{ найти } \frac{dy}{dx} - ?$$

**ВАРИАНТ 3**

1. 
$$y = 2^{x^2 \sin 7x} + \frac{\cos^2(2\sqrt{x})}{x + \ln^2 x} \text{ найти } y' - ?$$

2.  $y = (\sin x)^{x^2}$  найти  $y' - ?$

3.  $y = \operatorname{tg}^2 3x$  найти  $dy - ?$

4.  $y = xe^{3x}$  найти  $y'' - ?$

5. 
$$\begin{cases} x = \operatorname{tg}(2e^t) \\ y = \ln(2t + 1) \end{cases} \text{ найти } \frac{dy}{dx} - ?$$

**ВАРИАНТ 4**

1. 
$$y = 7^{x^3 \cos(7x+5)} + \frac{\sqrt{\operatorname{tg} 2x}}{x^2 + 1} \text{ найти } y' - ?$$

2.  $y = (\cos x)^x$  найти  $y' - ?$

3.  $y = \operatorname{tg}^2 2x$  найти  $dy - ?$

4.  $y = \sin xe^x$  найти  $y'' - ?$

5. 
$$\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \frac{t}{1+t^2} \end{cases} \text{ найти } \frac{dy}{dx} - ?$$

**Типовые варианты контрольной работы № 4 (второй семестр)**

**Вариант 1**

1.  $\int_0^2 \frac{dx}{(2x+1)^3}$

2.  $\int \frac{2x+3}{x^3+2x^2} dx$

3.  $\int \frac{dx}{4+\sin x \cos x}$

4.  $\int_{-2}^6 (2x+1)\sqrt{x+3} dx$

5.  $\int_0^{\pi} (2x+3)\sin 2x dx$

6.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2+5x}$

4.  $\int_{-1}^0 x \cdot \sqrt[3]{x+1} dx$

5.  $\int_0^{\ln 2} (3x+2)e^{-x} dx$

6.  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+3)(x+1)}$

**Вариант 2**

1.  $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x dx}{\sqrt[3]{x^2+1}}$

2.  $\int \frac{3x+4}{x^3+x} dx$

3.  $\int \frac{dx}{2+\sin x+\cos x}$

4.  $\int_0^5 \frac{x+3}{\sqrt{x+4}} dx$

5.  $\int_0^{\pi} (3-2x)\sin 3x dx$

6.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2+3x}$

**Вариант 3**

1.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sin^4 x}$

2.  $\int \frac{2x^2+3x+1}{x^4-x^2} dx$

3.  $\int \sin^5 x dx$

**Вариант 4**

1.  $\int_0^2 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$

2.  $\int \frac{5x+2}{x^3 + 5x^2 + 6x} dx$

3.  $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin x \cos x + \cos^2 x}$

4.  $\int_0^5 (x-1) \cdot \sqrt{x+4} dx$

5.  $\int_0^\pi (1-x) \sin \frac{x}{2} dx$

6.  $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 3x}$

**Типовые варианты контрольной работы № 5 (второй семестр)****Вариант 1**

1.  $z = \operatorname{arctg}^2 \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right) + 2y^2$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

2.  $z = x^2 \ln y$ . Найти  $d^2 z$ .

3. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-1}^0 dx \int_{x^2-2}^{-x^2} f(x, y) dy$ .

4. Вычислить, перейдя к полярным координатам:  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ,  
где  $D: \{x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0\}$ .

5. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:  
 $z = x^2 + y^2, x + y = 4, x = 0, y = 0, z = 0$ .

**Вариант 2**

1.  $z = x \cdot e^{\frac{x}{y}} + 2y^3$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

2.  $u = \operatorname{tg}(x^2 + y^2 + z^2)$ ,  $\begin{cases} x = t^4, \\ y = \ln t, \\ z = t \cdot 3^t, \end{cases} \frac{du}{dt} = ?$

3. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$ .

4. Вычислить, перейдя к полярным координатам:  $\iint_D x dx dy$ ,  
где  $D: \{x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq -x\}$ .

5. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:  $z = 2 - x, y^2 = 2x, x = 2, z = 0$ .

**Вариант 3**

1.  $z = \operatorname{tg}^2(xy) + \frac{1}{y^5}$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .



2.  $z = y^2 \sin x$ . Найти  $d^2 z$ .

3. Изменить порядок интегрирования:  $\int_{-1}^0 dx \int_{x^2}^{e^{-x}} f(x, y) dy$ .

4. Вычислить, перейдя к полярным координатам:  $\iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^2}$ ,

где  $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ .

5. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:  $z = x^2, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ .

#### **Вариант 4**

1.  $z = x^3 \ln y + \frac{x}{y}$ . Найти  $d z$ .

2.  $u = \cos(x^2 + y^2 + z^2), \begin{cases} x = t^4, \\ y = te^t, \\ z = \ln t, \end{cases} \frac{du}{dt} = ?$

3. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x} f(x, y) dy$ .

4. Вычислить, перейдя к полярным координатам:  $\iint_D \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dx dy$ ,

где  $D: \{x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0, y \geq x\}$ .

5. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:  $z = x^2 + y^2, y = x^2, y = 1, z = 0$ .

**Типовые варианты контрольной работы № 6 (третий семестр)**

**ВАРИАНТ 1**

1.  $y' - y = e^x \sin x$
2.  $xy' = 2y \ln \frac{y^2}{x^2}, y|_{x=1} = e$
3.  $y''(y-1) - 2(y')^2 = 0$
4.  $4y'' + 16y' + 15y = 4e^{-\frac{3}{2}x}$
5.  $y'' + 9y = \cos^4 3x$

**ВАРИАНТ 2**

1.  $y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi) = 1$
2.  $xy' - y = xe^{\frac{y}{x}}$
3.  $2yy'' = 1 + (y')^2$
4.  $y'' - y = 5e^x$
5.  $y'' + 4y = \frac{1}{\cos^2 x}$

**ВАРИАНТ 3**

1.  $y' = \frac{2x^2 + y^2 - xy}{xy}$
2.  $(3x^2y^2 + 2x + 3)dx + (2x^3y + 3y^2)dy = 0$   
 $y|_{x=0} = 0$
3.  $y'' + y' \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$
4.  $y'' + y' = x^2$
5.  $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x+1}$

**ВАРИАНТ 4**

1.  $y' + \frac{y}{x+1} + x^2 = 0, y|_{x=0} = 1$
2.  $y' = \frac{x+y}{x-y}$
3.  $2xy'y'' = (y')^2 - 1$
4.  $y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x$
5.  $y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}$

**Типовые варианты контрольной работы № 7 (третий семестр)**

**ВАРИАНТ 1**

Исследовать на сходимость ряды:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + n + 1}{3n^3 + n - 1}.$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + \ln n}.$$

3. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2 + 10}.$$

5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{4^n \cdot n!}.$$

**ВАРИАНТ 2**

Исследовать на сходимость ряды:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \frac{1}{2^n}.$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 3^n}.$$

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}.$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}.$$

5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{n}.$$

**ВАРИАНТ 3**

Исследовать на сходимость ряды:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^2}{9n^2 + 6n - 8}.$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n4^n}.$$

3. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n}.$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n+3}.$$

5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+1)^n}{4^n}.$$

**ВАРИАНТ 4**

Исследовать на сходимость ряды:

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n + 4} - \sqrt{n^2 + n + 3} \right) \cdot \frac{1}{n}$$

2. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{2^n}.$$

3. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n}.$$

4. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln n}.$$

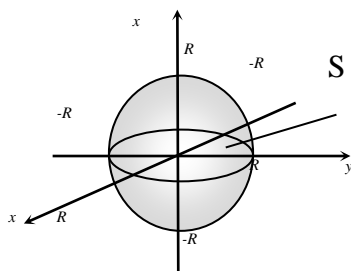
5. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-3)^{2n-1}}{n \cdot 16^n}.$$

## Типовые варианты контрольной работы № 8 (четвёртый семестр)

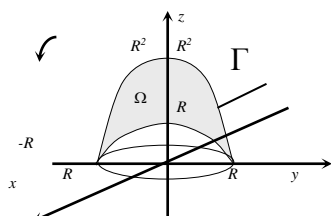
### Вариант 1

1.



Вычислить поток векторного поля  $\mathbf{F}=\{2x^2+3, y^2+1, 3z^2-z+2\}$  по поверхности сферы S.

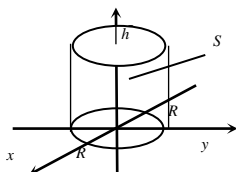
2.



Вычислить циркуляцию векторного поля  $\mathbf{F}=\{2x+3y-z, x-z, x+2y\}$  по контуру  $\Gamma$ , лежащему в плоскости Oyz.

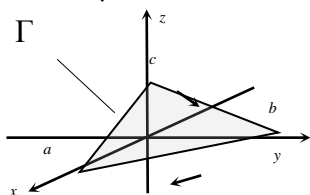
### Вариант 2

1.



Вычислить поток векторного поля  $\mathbf{F}=\{-x, 2y+2, z^2-h^2\}$  через цилиндрическую поверхность S.

2.



Вычислить циркуляцию векторного поля  $\mathbf{F}=\{3y-z, -z, 2y\}$  по контуру  $\Gamma$ .

## Типовые варианты контрольной работы № 9 (четвёртый семестр)

### Вариант 1

1. Проверить поле  $\mathbf{F}=\{z^3, -6y, 3xz^2\}$  на потенциальность и восстановить потенциал, если он существует.
2. Проверить поле  $\mathbf{F}=\{x+3xz^2, -6y, 3xy+5z-z^3\}$  на соленоидальность и восстановить потенциал, если он существует.

### Вариант 2

1. Проверить поле  $\mathbf{F}=\{y^2z^3, 2xyz^3, 3xy^2z^2\}$  на потенциальность и восстановить потенциал, если он существует.
2. Проверить поле  $\mathbf{F}=\{xz, -yz, y\}$  на соленоидальность и восстановить потенциал, если он существует.

### **3.3 Содержание расчётно-графических работ**

#### **Содержание РГР № 1 (второй семестр)**

1. Исследовать функцию одной переменной и построить ее график.
2. Вычислить предел, используя правило Лопиталья.
3. Вычислить площадь плоской области в ДСК.
4. Вычислить площадь плоской области в ПСК.
5. Вычислить длину дуги плоской кривой в ДСК.
6. Вычислить длину дуги плоской кривой, заданной параметрически.
7. Вычислить объем тела вращения.
8. Исследовать на экстремум функцию двух переменных.
9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в области, ограниченной заданными линиями.

#### **Содержание РГР № 2 (третий семестр)**

1. Разложить функцию в степенной ряд.
2. Разложением подынтегральной функции в степенной ряд вычислить интеграл с указанной точностью.
3. Разложить функцию в ряд Фурье на заданном отрезке. Построить график суммы ряда Фурье.
4. Разложить заданную функцию в ряд по синусам (косинусам). Построить график суммы ряда.

#### **Содержание РГР № 3 (четвёртый семестр)**

I. Вычислить интегралы:

- 1) тройной интеграл в декартовых координатах;
- 2) тройной интеграл в цилиндрических координатах;
- 3) криволинейный интеграл 1-го рода;
- 4) криволинейный интеграл 2-го рода;
- 5) поверхностный интеграл 1-го рода;
- 6) поверхностный интеграл 2-го рода при явном задании поверхности;
- 7) поверхностный интеграл 2-го рода при параметрическом задании поверхности;
- 8) поверхностный интеграл 2-го рода по проекциям.

**4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с требованиями СПб

СТО СПбГТИ(ТУ) 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.