

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович
Должность: Проректор по учебной и методической работе
Дата подписания: 29.09.2023 09:45:54
Уникальный программный ключ:
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))**

УТВЕРЖДАЮ

**Проректор по учебной и
методической работе**

Б. В. Пекаревский

« 26 » апреля 2019 года

Рабочая программа дисциплины

ОСНОВЫ ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА

Направление подготовки

04.04.01 Химия

Направленности программы магистратуры

Физическая химия и химия твердого тела

Квалификация

Магистр

Форма обучения

Очная

Факультет **информационных технологий и управления**

Кафедра **математики**

Санкт-Петербург

2019 ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

| Должность | Подпись | Ученое звание, фамилия, инициалы |
|-------------|---------|-------------------------------------|
| Разработчик | | д.ф.-м.н. А. А. Груздков |

Рабочая программа
дисциплины «Основы
тензорного анализа»
обсуждена на заседании
кафедры математики
Протокол от « 11 » апреля 2019 № 7

Заведующий кафедрой

А. А. Груздков

Одобрено учебно-
методической комиссией
факультета
информационных
технологий и управления
протокол от « 24 » апреля 2019 № 8

Председатель

В. В. Куркина

СОГЛАСОВАНО

| | | |
|---|--|-------------------|
| Руководитель направления подготовки «Химия» | | С. Г. Изотова |
| Директор библиотеки | | Т. Н. Старостенко |
| Начальник методического отдела учебно-методического управления | | Т. И. Богданова |
| Начальник УМУ | | С. Н. Денисенко |

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы | 5 |
| 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы | 6 |
| 3. Объем дисциплины..... | 7 |
| 4. Содержание дисциплины | 7 |
| 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий..... | 7 |
| 4.2. Занятия лекционного типа | 8 |
| 4.3 Занятия семинарского типа..... | 8 |
| 4.4. Самостоятельная работа обучающихся | 9 |
| 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине | 10 |
| 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации..... | 10 |
| 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины | 10 |
| 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины | 10 |
| 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины | 11 |
| 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине | 11 |
| 10.1. Информационные технологии..... | 11 |
| 10.2. Программное обеспечение..... | 12 |
| 10.3. Информационные справочные системы..... | 12 |
| 11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине | 12 |
| 12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья | 12 |
| Фонд оценочных средств | 13 |

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код и наименование компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Планируемые результаты обучения (дескрипторы) |
|---|---|--|
| <p>ПК-1 Способен планировать работу и выбирать адекватные методы решения научно-исследовательских задач в выбранной области химии, химической технологии или смежных с химией науках</p> | <p>ПК-1.ДВ.02.1 Применение классических математических методов и алгоритмов к моделированию физических и химических процессов.</p> | <p>Знать: точные определения основных понятий тензорной алгебры и тензорного анализа (ЗН-1); основные методы решения задач тензорного анализа (ЗН-2).</p> <p>Уметь: выполнять операции над тензорами (У-1); применять методы тензорного анализа в прикладных задачах (У-2).</p> <p>Владеть: навыками представления и преобразования тензорных величин (Н-1); навыками вычислений необходимых для реализации методов тензорного анализа (Н-2).</p> |

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы¹

Дисциплина относится к дисциплинам по выбору части формируются участниками образовательных отношений. Код дисциплины по учебному плану Б1.В.ДВ.02.02. Дисциплина изучается на 2-ом курсе в третьем семестре.

В методическом плане дисциплина опирается на элементы компетенций, сформированные при изучении математических дисциплины программы бакалавриата.

Полученные в процессе изучения дисциплины «Основы тензорного анализа» знания, умения и навыки могут быть использованы при изучении дисциплин «Квантовая механика и квантовая химия», «Термодинамика и кинетика электрохимических процессов», а также в научно-исследовательской работе и выполнении выпускной квалификационной работы.

1

Место дисциплины будет учитываться при заполнении таблицы 1 в Приложении 1 (Фонд оценочных средств)

3. Объем дисциплины

| Вид учебной работы | Всего, академических часов |
|--|----------------------------|
| | Очная форма обучения |
| Общая трудоемкость дисциплины (зачетных единиц/ академических часов) | 3/108 |
| Контактная работа с преподавателем: | 38 |
| занятия лекционного типа | 18 |
| занятия семинарского типа, в т.ч. | |
| семинары, практические занятия | 18 |
| лабораторные работы | |
| курсовое проектирование (КР или КП) | .. |
| КСР | 2 |
| другие виды контактной работы | .. |
| Самостоятельная работа | 70 |
| Контроль | |
| Форма текущего контроля (Кр, реферат, РГР, эссе) | 2 РГР |
| Форма промежуточной аттестации (КР, КП, зачет, экзамен) | Зачёт |

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Занятия лекционного типа, акад. часы | Занятия семинарского типа, акад. часы | Самостоятельная работа, акад. часы | Формируемые компетенции | |
|-------|---------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|---------------------|
| | | | | | Семинары и/или практические занятия | Лабораторные работы |
| | | | | | | |

| | | | | | | |
|----|---|-----------|-----------|--|-----------|------|
| 1. | Линейные пространства, полилинейные формы и тензоры | 6 | 6 | | 20 | ПК-1 |
| 2. | Тензорная алгебра | 6 | 6 | | 26 | ПК-1 |
| 3. | Тензорное поле. Дифференциальные операции с тензорными полями | 6 | 6 | | 24 | ПК-1 |
| | ИТОГО | 18 | 18 | | 70 | |

4.2. Занятия лекционного типа

| № раздела дисциплины | Наименование темы и краткое содержание занятия | Объем, акад. часы | Инновационная форма |
|----------------------|---|-------------------|----------------------------|
| 1 | Линейное пространство. Преобразование ортонормированного базиса. Основная задача тензорного исчисления. Линейные формы. Билинейные формы. Полилинейные формы. | 6 | Разбор конкретных ситуаций |
| 2 | Алгебраические операции над тензорами. Линейные преобразования и билинейные формы. Группа линейных преобразований и ее подгруппы. | 6 | |
| 3 | Тензорное поле и его дифференцирование | 2 | |

| № раздела дисциплины | Наименование темы и краткое содержание занятия | Объем, акад. часы | Инновационная форма |
|----------------------|---|-------------------|----------------------------|
| 3 | Механика деформируемой среды | 2 | |
| 3 | Дифференцирование тензорного поля в криволинейных координатах | 2 | Разбор конкретных ситуаций |
| Итого | | 18 | |

4.3 Занятия семинарского типа

4.3.1. Семинары, практические занятия

| № раздела дисциплины | Наименование темы и краткое содержание занятия | Объем, акад. часы | Инновационная форма |
|----------------------|---|-------------------|---------------------|
| 1 | Размерность и базис линейного пространства | 2 | |
| 1 | Преобразование координат при замене базиса | 2 | |
| 1 | Линейные преобразования и билинейные формы. Простейший вид матрицы преобразования | 2 | |
| 2 | Алгебраические операции над тензорами | 2 | |
| 2 | Группы симметрии. Приложения тензорного исчисления в механике и физике: тензор инерции, тензоры напряжений и деформаций, тензор теплопроводности. | 4 | Групповая дискуссия |
| 3 | Дифференцирование тензоров | 2 | |
| 3 | Приложения в механике деформируемой среды: уравнение движения вязкой жидкости | 4 | Мозговой штурм |
| Итого | | 18 | |

4.3.2. Лабораторные занятия

| № раздела дисциплины | Наименование темы и краткое содержание занятия | Объем, акад. часы | Примечание |
|----------------------|--|-------------------|------------|
| | не предусмотрены | | |

4.4. Самостоятельная работа обучающихся

| № раздела дисциплины | Перечень вопросов для самостоятельного изучения | Объем, акад. часы | Форма контроля |
|----------------------|--|-------------------|---------------------------|
| 1 | Решение задач по теме базисы и координаты в линейных пространствах | 20 | РГР № 1, вопросы к зачёту |

| № раздела дисциплины | Перечень вопросов для самостоятельного изучения | Объем, акад. часы | Форма контроля |
|----------------------------|--|----------------------|---------------------------------|
| 2 | Решение задач на операции над тензорами. | 26 | РГР № 1, вопросы к зачёту |
| 3 | Уравнения механики сплошных сред в тензорной форме. | 24 | РГР № 2, вопросы к зачёту |
| | Итого | 70 | |

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте Медиа: <http://media.technolog.edu.ru>

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Своевременное выполнение обучающимся мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех индикаторов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачёта. К сдаче зачёта допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Зачёт предусматривают выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуются вопросами (заданиями) двух видов: теоретический вопрос (для проверки знаний) и комплексная задача (для проверки умений и навыков).

При сдаче зачёта, студент получает два вопроса из перечня вопросов и одно практическое задание, время подготовки студента к устному ответу — до 45 мин.

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в Приложении № 1.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) печатные издания:

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник / Д. В. Беклемишев. — СПб.: Лань, 2015. — 448 с. (ЭБ)

б) электронные учебные издания:

1. Канатников, А. Н. Линейная алгебра: Учебник для вузов / А. Н. Канатников, А. П. Крищенко. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2006. — 335 с.
2. Мантуров, О. В. Элементы тензорного исчисления: учебное пособие для педагогических институтов по физико-математическим специальностям / О. В. Мантуров. — М.: Просвещение, 1991. — 255 с.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

учебный план, РПД и учебно-методические материалы: <http://media.technolog.edu.ru>
электронно-библиотечные системы:

«Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;

«Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Все виды занятий по дисциплине «Основы тензорного анализа» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТО СПбГТИ 020-2011. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лабораторные занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКВД. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов является:

- плановость в организации учебной работы;
- серьезное отношение к изучению материала;
- постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходить, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

10.1. Информационные технологии

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

- чтение лекций с использованием слайд-презентаций;
- взаимодействие с обучающимися посредством ЭИОС.

10.2. Программное обеспечение

При выполнении РГР студенты используют пакет прикладных программ Mathcad.

10.3. Информационные справочные системы

wolframalpha.com/examples/mathematics

11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для ведения лекционных и практических занятий используются аудитории кафедры математики.

При изучении соответствующих разделов курса используется компьютерный класс, оборудованный 16 персональными компьютерами, объединенными в сеть.

12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебный процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014 г.

Фонд оценочных средств
для проведения промежуточной аттестации по
дисциплине «Основы тензорного анализа»

1. Перечень компетенций и этапов их формирования.

| Компетенции | | |
|-------------|---|--------------------------------|
| Индекс | Формулировка ² | Этап формирования ³ |
| ПК-1 | Способен планировать работу и выбирать адекватные методы решения научно-исследовательских задач в выбранной области химии, химической технологии или смежных с химией науках | промежуточный |

2

жирным шрифтом выделена та часть компетенции, которая формируется в ходе изучения данной дисциплины (если компетенция осваивается полностью, то фрагменты)

3

этап формирования компетенции выбирается по п.2 РПД и учебному плану (начальный – если нет предшествующих дисциплин, итоговый – если нет последующих дисциплин (или компетенция не формируется в ходе практики или ГИА), промежуточный - все другие.)

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Показатели сформированности (дескрипторы) | Критерий оценивания |
|---|--|--|
| ПК-1.ДВ.02.1 Применение классических математических методов и алгоритмов к моделированию физических и химических процессов. | Знает точные определения основных понятий тензорной алгебры и тензорного анализа (ЗН-1); | Ответы на вопросы №№ 1-6, 10-17 к зачёту. |
| | Знает основные методы решения задач тензорного анализа (ЗН-2). | Ответы на вопросы №№ 6-8, 16, 17 к зачёту. |
| | Умеет выполнять операции над тензорами (У-1); | Ответы на вопросы №№ 6-9, 11, 17, 20 к зачёту. |
| | Умеет применять методы тензорного анализа в прикладных задачах (У-2). | Ответы на вопросы №№ 18-20 к зачёту. |
| | Владеет навыками представления и преобразования тензорных величин (Н-1); | Выполнение РГР № 1 и 2. |
| | Владеет навыками вычислений необходимых для реализации методов тензорного анализа (Н-2). | Выполнение РГР № 1 и 2. |

Шкала оценивания соответствует СТО СПбГТИ(ТУ):

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме зачета, то результат оценивания – «зачтено», «не зачтено»;

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и (или) курсового проекта (работы), то шкала оценивания – балльная.

3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации

3.1 Вопросы к зачёту

1. Линейные пространства.
2. Линейные подпространства.
3. Линейные отображения.
4. Валентность тензора. Контравариантные и ковариантные индексы.
5. Полилинейные функции
6. Умножение тензоров.
7. Операция свертывания.
8. Симметрирование и альтернирование.
9. Симметричные и антисимметричные тензоры.
10. Метрический тензор.
11. Поднятие и опускание индексов.
12. Евклидовы тензоры.
13. Поливекторы.
14. Относительные инварианты.
15. Внешние формы.
16. Внешнее умножение.
17. Операция дифференцирования тензора.
18. Тензор скоростей деформации.
19. Подвижной репер ортогональной криволинейной системы координат и тензорные поля.
20. Дифференцирование тензорного поля в криволинейных координатах.

К зачёту допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля. При сдаче экзамена, студент получает два вопроса из перечня, приведенного выше, и практическое задание, аналогичное задания расчётно-графических работ. Время подготовки студента к устному ответу на вопросы - до 45 мин.

3.2 Содержание расчётно-графических работ (типовые варианты)

Расчётно-графическая работа № 1

1. В пространстве \mathbb{R}^3 найдите матрицу перехода от базиса e к базису h . По известным координатам v^e вектора v в базисе e найдите координаты v^h этого вектора в базисе h .

$$\text{а) } e = \left\{ \begin{pmatrix} 11 \\ -6 \\ -25 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \\ -15 \end{pmatrix} \right\}, \quad v^e = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad h = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\text{б) } e = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}, \quad v^e = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad h = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}.$$

2. Приведите матрицу линейного оператора A к жордановой форме. Постройте канонический базис и найдите матрицу перехода C от исходного базиса к каноническому.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -6 & 8 \\ -1 & 4 & -4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Известна матрица коэффициентов тензора $a \in T_2^2(\mathbb{E}_2)$ в базисе $\{e_1, e_2\}$:

$$A = (a_{kl}^{ij}) = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 4 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 4 \\ \hline 2 & 5 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & -3 \end{array} \right).$$

Найдите матрицу тензора A' в новом базисе $e'_i = c_i^j e_j$ с матрицей перехода

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Расчётно-графическая работа № 2

1. Тензор $d = a \otimes b \otimes c$ является тензорным произведением трех тензоров $a \in T^2(\mathbb{E}_3)$, $b \in T_1^1(\mathbb{E}_3)$, $c \in T_2(\mathbb{E}_3)$ с матрицами коэффициентов:

$$A = (a^{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = (b_j^i) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ -3 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad C = (c_{ij}) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 7 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найдите матрицу тензора $g_j^i = d_{k(mj)}^{[ik]m}$, где $()$ — симметризация, а $[]$ — альтернирование тензоров.

2. Коэффициенты билинейной формы $\omega \in T_2(\mathbb{E}_4)$ и линейной формы $f \in T_1(\mathbb{E}_4) = \mathbb{E}_4^*$ в стандартном базисе $\{e_i\}_{i=1}^4$ известны

$$W = (\omega_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 4 & 5 & 0 \\ 7 & -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad f = (1 \ 2 \ 1 \ -1).$$

Найдите матрицы тензоров $\Omega = \text{Alt } \omega \in \Lambda_2(\mathbb{E}_4)$, $\Omega \wedge f$, $f \wedge \Omega$.

3. Пусть $t, u, v, w \in T_1^1(\mathbb{E}_3)$. Докажите, что

$$\text{a) } (t \times u) \cdot (v \times w) = \det \begin{pmatrix} t \cdot v & t \cdot w \\ u \cdot v & u \cdot w \end{pmatrix},$$

$$\text{б) } (u \times v) \cdot ((v \times w) \times (w \times u)) = ((u \cdot (v \times w))^2).$$

4. В пространстве \mathbb{E}_4 выбран базис $\{e_i\}_{i=1}^4$, для которого матрица Грама имеет вид

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Провести опускание и подъем индексов у тензоров:

а) $e^1 \otimes e_3 + e^2 \otimes e_4$, б) $(e^1 + e^2) \otimes (e_3 + e_4) - (e^1 + e^3) \otimes e_3$, в) $t_j^i = \delta_{2i} + \delta_{4j}$, г) $t_j^i = i\delta_{ij}$.

4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с требованиями СПП