

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Пекаревский Борис Владимирович
Должность: Проректор по учебной и методической работе
Дата подписания: 27.11.2023 18:26:21
Уникальный программный ключ:
3b89716a1076b80b2c167df0f27c09d01782ba84



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и методической работе

_____ Б. В. Пекаревский

«26» апреля 2019 г.

Рабочая программа дисциплины

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Направление подготовки

04.03.01 Химия

Направленности программы бакалавриата

Физическая химия и химия материалов

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Факультет **информационных технологий и управления**

Кафедра **математики**

Санкт-Петербург

2019

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Должность	Подпись	Ученое звание, фамилия, инициалы
Разработчик		д.ф.-м.н. А. А. Груздков

Рабочая программа дисциплины «Математические методы исследования динамических систем» обсуждена на заседании кафедры математики

Протокол от «11 »апреля 2019 № 7

Заведующий кафедрой

А. А. Груздков

Одобрено учебно-методической комиссией факультета информационных технологий и управления

протокол от «24 » апреля 2019 №8

Председатель к.т.н.

В. В. Куркина

СОГЛАСОВАНО

Руководитель направления подготовки «Химия»		С. Г. Изотова
Директор библиотеки		Т. Н. Старостенко
Начальник методического отдела учебно-методического управления		Т. И. Богданова
Начальник УМУ		С. Н. Денисенко

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3. Объем дисциплины.....	6
4. Содержание дисциплины.....	6
4.1. Разделы дисциплины и виды занятий	6
4.2. Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины	7
4.3. Занятия лекционного типа	7
4.4 Занятия семинарского типа	8
4.4. Самостоятельная работа обучающихся.....	8
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	9
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации	9
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	10
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	10
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	10
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине	11
10.1. Информационные технологии.....	11
10.2. Программное обеспечение.....	11
10.3. Базы данных и информационные справочные системы	11
11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине	11
12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья	11
Фонд оценочных средств	12

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)
<p>ПК-3 Владеет системой фундаментальных химических, физических и математических понятий</p>	<p>ПК-3.ДВ.01.01.1 Применяет методы математического моделирования и анализа данных в прикладных задачах.</p>	<p>Знать: базовые понятия теории динамических систем (ЗН-1); аналитические методы решения задач для динамических систем (ЗН-2); методы исследования устойчивости стационарных состояний динамических систем (ЗН-3).</p> <p>Уметь: получать аналитические решения для задач, связанных с динамическими системами (У-1); исследовать устойчивость траекторий и стационарных состояний динамических систем (У-2).</p> <p>Владеть: навыками применения теории динамических систем к прикладным задачам (Н-1).</p>
<p>ПК-5 Способен получать и обрабатывать результаты научных экспериментов с помощью современных компьютерных технологий</p>	<p>ПК-5.ДВ.01.01.1 Применяет компьютерные технологии при моделировании процессов и анализе данных</p>	<p>Знать: компьютерные методы, применяемые для анализа динамических систем и визуализации результатов (ЗН-4).</p> <p>Уметь: применять компьютерные технологии к задачам, связанным с динамическими системами (У-3).</p> <p>Владеть: навыками применения компьютерных технологий к расчётам для динамических систем (Н-2).</p>

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы¹

Дисциплина «Математические методы исследования динамических систем» относится к дисциплинам по выбору вариативной части. Код дисциплины по учебному плану Б1.В.ДВ.01.01. Дисциплина изучается на 3 курсе в 6 семестре.

В методическом плане дисциплина опирается на элементы компетенций, сформированные при изучении дисциплины «Математика».

Полученные в процессе изучения дисциплины «Математические методы исследования динамических систем» знания, умения и навыки могут быть использованы при изучении дисциплин «Основы термодинамики неравновесных процессов», «Экспериментальные и расчетные методы в исследовании фазовых равновесий», «Физико-химические процессы в электрохимических системах» и ряда других, а также в научно-исследовательской работе.

¹ Место дисциплины будет учитываться при заполнении таблицы 1 в Приложении 1 (Фонд оценочных средств)

3. Объем дисциплины

Вид учебной работы	Всего, академических часов
	Очная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины (зачетных единиц/ академических часов)	3/108
Контактная работа с преподавателем:	76
занятия лекционного типа	18
занятия семинарского типа, в т.ч.	54
семинары, практические занятия	36
лабораторные работы	18
курсовое проектирование (КР или КП)	..
КСР	4
другие виды контактной работы	..
Самостоятельная работа	32
Форма текущего контроля (Кр, реферат, РГР, эссе)	2 Кр, 2 РГР, тест
Форма промежуточной аттестации (КР, КП, зачет, экзамен)	Зачет

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Занятия лекционного типа, акад. часы	Занятия семинарского типа, академ. часы		Самостоятельная работа, акад. часы	Формируемые компетенции
			Семинары и/или практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Моделирование физико-химических и биохимических процессов в живых организмах и природно-экологических системах.	4	6		4	ПК-3
2.	Аналитические методы решения систем дифференциальных уравнений	6	16		12	ПК-3
3.	Стационарные состояния и анализ их устойчивости	6	14	4	10	ОПК-3
4.	Компьютерные методы анализа динамических систем	2		14	6	ПК-5
	ИТОГО	18	36	18	32	

4.2 Формирование индикаторов достижения компетенций разделами дисциплины

№ п/п	Код индикаторов достижения компетенции	Наименование раздела дисциплины
1	ПК-3.ДВ.01.01.1	Моделирование физико-химических и биохимических процессов в живых организмах и природно-экологических системах.
2	ПК-3.ДВ.01.01.2	Аналитические методы решения систем дифференциальных уравнений
3	ПК-3.ДВ.01.01.3	Стационарные состояния и анализ их устойчивости
4	ПК-5.ДВ.01.01.1	Компьютерные методы анализа динамических систем

4.3. Занятия лекционного типа

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Введение. Основные принципы математического моделирования и этапы построения математических моделей. Требования, предъявляемые к математическим моделям. Простейшие модели природно-экологических систем.	2	
1	Модели химических и биологических процессов. Дискретные и непрерывные модели Динамической системы, основные понятия. Классификация динамических систем.	2	Демонстрация компьютерных анимаций
2	Связь систем дифференциальных уравнений и дифференциальными уравнениями высших порядков. Системы линейных дифференциальных уравнений, их матричное представление.	2	
2	Матричные методы решения систем линейных дифференциальных уравнений	2	
3	Понятие точки неподвижности, примеры. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Устойчивость стационарных решений линейных систем.	2	
3	Нелинейные системы. Понятие бифуркации. Линеаризация нелинейных систем. Анализ устойчивости по линейному приближению. Метод Ляпунова. Анализ устойчивости химических процессов.	4	
3	Предельные циклы. Хаотическое поведение динамических систем.	2	
4	Основные подходы к численному анализу поведения сложных систем. Проблемы численного моделирования.	2	
ИТОГО		18	

4.4 Занятия семинарского типа

4.4.1. Семинары, практические занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Инновационная форма
1	Задачи на составление дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.	4	Выступления с краткими сообщениями
2	Решение систем линейных дифференциальных уравнений методом исключения.	2	-
2	Собственные числа и собственные векторы матрицы. Приведение матрицы к диагональной форме.	2	-
2	Решение систем линейных дифференциальных уравнений матричным методом.	4	-
3	Стационарные решения дифференциальных уравнений, их устойчивость в одномерном случае. Классификация точек неподвижности в двумерном случае.	2	-
3	Линеаризация нелинейных систем. Анализ устойчивости стационарных состояний по линейному приближению. Применение к химическим реакциям.	4	-
ИТОГО		36	

4.4.2. Лабораторные занятия

№ раздела дисциплины	Наименование темы и краткое содержание занятия	Объем, акад. часы	Примечание
3	Решение нелинейных систем функциональных уравнений средствами пакета Mathcad.	2	
3	Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы средствами пакета Mathcad.	2	
4	Численное решение систем дифференциальных уравнений средствами пакета Mathcad	6	
4	Построение графиков решения дифференциальных уравнений, фазовый портрет динамической системы. Визуализация поведения динамических систем.	4	
4	Численный анализ химических и биологических процессов.	4	
ИТОГО		18	

4.4. Самостоятельная работа обучающихся

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
1	Составление конкретных моделей физико-химических, биологических, экологических процессов.	4	РГР № 2

№ раздела дисциплины	Перечень вопросов для самостоятельного изучения	Объем, акад. часы	Форма контроля
2	Матричные методы решения линейных систем дифференциальных уравнений. Нахождение экспоненты матрицы.	12	КР, вопросы к зачёту
3	Классификация точек неподвижности динамических систем	10	РГР №№ 1 и 2, вопросы к зачёту
4	Составление моделей процессов, их численный анализ, визуализация поведения динамических систем.	6	РГР № 2
ИТОГО		32	

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы по дисциплине, включая перечень тем самостоятельной работы, формы текущего контроля по дисциплине и требования к их выполнению размещены в электронной информационно-образовательной среде СПбГТИ(ТУ) на сайте Медиа: <http://media.technology.edu.ru>

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Своевременное выполнение обучающимся мероприятий текущего контроля позволяет превысить (достигнуть) пороговый уровень («удовлетворительно») освоения предусмотренных элементов компетенций.

Результаты дисциплины считаются достигнутыми, если для всех элементов компетенций превышен (достигнут) пороговый уровень освоения компетенции на данном этапе.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета. К сдаче зачета допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля.

Зачет предусматривают выборочную проверку освоения предусмотренных элементов компетенций и комплектуются вопросами (заданиями) двух видов: теоретический вопрос (для проверки знаний) и комплексная задача (для проверки умений и навыков).

При сдаче зачета, студент получает два теоретических вопроса из перечня вопросов зачёту и одно практическое задание аналогичное задания контрольных работ и РГР. Время подготовки студента к устному ответу — до 45 мин.

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в Приложении № 1.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) печатные издания:

1. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова – СПб.: Лань, 2008. - 400 с.
2. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 276 с.
3. Сергеева, Н. М. Самоорганизация в физико-химических системах: учебное пособие / Н. М. Сергеева, В. Г. Корсаков; под ред. Г. А. Скоробогатова – СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2011. – 158 с.

б) электронные учебные издания:

1. Шаляпина, О. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / О. В. Шаляпина, В. С. Капитонов ; СПб., СПбГТИ(ТУ). Каф. математики, 2013. – 38 с.(ЭБ)

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

учебный план, РПД и учебно-методические материалы: <http://media.technolog.edu.ru>
электронно-библиотечные системы:

«Электронный читальный зал – БиблиоТех» <https://technolog.bibliotech.ru/>;
«Лань» <https://e.lanbook.com/books/>.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Все виды занятий по дисциплине «Математические методы исследования динамических систем» проводятся в соответствии с требованиями следующих СТП:

СТО СПбГТИ 020-2011. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лабораторные занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 040-02. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Лекция. Общие требования;

СТО СПбГТИ 018-2014. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Семинары и практические занятия. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 048-2009. КС УКДВ. Виды учебных занятий. Самостоятельная планируемая работа студентов. Общие требования к организации и проведению.

СТП СПбГТИ 016-2015. КС УКДВ. Порядок проведения зачетов и экзаменов.

Планирование времени, необходимого на изучение данной дисциплины, лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

Основными условиями правильной организации учебного процесса для студентов является:

плановость в организации учебной работы;
серьезное отношение к изучению материала;
постоянный самоконтроль.

На занятия студент должен приходиться, имея багаж знаний и вопросов по уже изученному материалу.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

10.1. Информационные технологии

В учебном процессе по данной дисциплине предусмотрено использование информационных технологий:

- чтение лекций с использованием презентаций;
- взаимодействие с обучающимися посредством ЭОИС.

10.2. Программное обеспечение

При выполнении РГР студенты используют пакет прикладных программ Mathcad.

10.3. Базы данных и информационные справочные системы

Информационно-справочная система «Wolframalpha»

11. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для ведения лекционных и практических занятий используются аудитории кафедры математики.

Для проведения лабораторных занятий используется компьютерный класс, оборудованный 16 персональными компьютерами, объединенными в сеть.

12. Особенности освоения дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями учебные процесс осуществляется в соответствии с Положением об организации учебного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья СПбГТИ(ТУ), утвержденным ректором 28.08.2014 г.

Фонд оценочных средств
для проведения промежуточной аттестации
по дисциплине «Математические методы исследования динамических систем»

1. Перечень компетенций и этапов их формирования.

Компетенции		
Индекс	Формулировка²	Этап формирования³
ПК-3	Владеет системой фундаментальных химических, физических и математических понятий	промежуточный
ПК-5	Способен получать и обрабатывать результаты научных экспериментов с помощью современных компьютерных технологий	промежуточный

² **жирным шрифтом** выделена та часть компетенции, которая формируется в ходе изучения данной дисциплины (если компетенция осваивается полностью, то фрагменты)

³ этап формирования компетенции выбирается по п.2 РПД и учебному плану (начальный – если нет предшествующих дисциплин, итоговый – если нет последующих дисциплин (или компетенция не формируется в ходе практики или ГИА), промежуточный - все другие.)

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, шкала оценивания

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Показатели сформированности (дескрипторы)	Критерий оценивания	Уровни сформированности (описание выраженности дескрипторов)
ПК-3.ДВ.01.01.1 Создание математических моделей технических систем, природных и социальных явлений.	Знает важнейшие классические модели технических систем, природных и социальных явлений (ЗН-1).	Ответы на вопросы №№ 1-3, 14 к зачёту, выполнение РГР.	Знает основные принципы и методы построения математических моделей в естественных науках. Знает классические модели, допускает неточности в объяснении деталей их построения.
	Умеет составлять дифференциальные уравнения для решения прикладных задач, модифицировать известные модели (У-1).	Ответы на вопросы №№ 1-3 к зачёту, выполнение РГР. Задание теста № 10.	Составляет дифференциальные уравнения по заданному условию, допуская неточности в обосновании.
	Владеет терминологией, относящейся к теории динамических систем и её применению к моделированию реальных процессов (Н-1).	Ответы на вопросы №№ 1, 4, 9, 11, 15 к зачёту, выполнение РГР. Задания теста №№ 3-5, 8.	Даёт определения основных понятий и объясняет их содержательный смысл, допускает неточности в применении терминологии к конкретным случаям.
ПК-3.ДВ.01.01.2 Аналитическое решение систем дифференциальных уравнений.	Знает основные понятия и теоремы о системах дифференциальных уравнений, методы решения линейных систем (ЗН-2)	Ответы на вопросы №№ 6-8 к зачёту, выполнение Кр № 1, задание теста № 1.	Знает основные теоремы о системах дифференциальных уравнений, применяет их в конкретных ситуациях, допуская неточности.
	Умеет находить решения систем дифференциальных уравнений методом исключения и матричным методом (У-2)	Выполнение Кр № 1, задание теста № 1.	Находит решения систем линейных дифференциальных уравнений, допуская отдельные вычислительные ошибки и неточности.

	Владеет навыками вычислений необходимых для нахождения решений систем дифференциальных уравнений (Н-2)	Выполнение Кр № 1 и РГР № 1 и 2.	Вычисляет производные и интегралы функций, находит собственные числа и собственные столбцы матриц, допуская отдельные вычислительные ошибки.
ПК-3.ДВ.01.01.3 Исследование стационарных состояний динамических систем.	Знает определение понятия устойчивости и условия устойчивости для линейных и нелинейных систем (ЗН-3)	Ответы на вопросы №№ 9-15, к зачёту, выполнение контрольной работы № 2, задания теста №№ 2, 6-9.	Даёт определение понятия устойчивости решения, допуская отдельные неточности. Объясняет общий смысл понятия. Излагает формулировки теорем об устойчивости, допуская неточности при применении их к конкретным примерам.
	Умеет исследовать устойчивость стационарных состояний линейных и нелинейных систем, находить границы устойчивости (У-3)	Выполнение контрольной работы № 2, РГР № 1, задания теста №№ 2, 6-9.	Умеет определять стационарных состояний, допуская неточности в обосновании результата.
	Владеет навыками исследования стационарных состояний динамических систем (Н-3)	Ответы на вопросы №№ 9-15, к зачёту, выполнение контрольной работы № 2.	Находит стационарные состояния динамических систем, исследует их устойчивость, допуская отдельные неточности.
ПК-5.ДВ.01.01.1 Применение компьютерных методов к исследованию динамических систем.	Знает компьютерные методы анализа динамических систем и визуализации результатов исследования (ЗН-4)	Ответы на вопросы к №№ 16, 17 к зачёту.	Знает программные средства, позволяющие находить решения систем дифференциальных уравнений и визуализировать результаты
	Умеет применять компьютерные технологии к анализу динамических систем и наглядному представлению результатов (У-4)	Выполнение РГР № 2.	Самостоятельно применяет компьютерные методы при проведении вычислений. Использует средства компьютерной графики для наглядного представления результатов. Допускает неточности.

	Владеет навыками применения компьютерных технологий к моделированию химической кинетики, биологических процессов и др. (Н-4)	Ответы на вопросы №№ 14, 16, 17 к зачёту, выполнение РГР № 2.	Составляет математическую модель процесса, проводит её анализ. Использует компьютерные методы расчёта и представления полученных результатов.
--	--	---	---

Шкала оценивания соответствует СТО СПбГТИ(ТУ):

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме зачета, то результат оценивания – «зачтено», «не зачтено»;

если по дисциплине промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и (или) курсового проекта (работы), то шкала оценивания – балльная.

3. Типовые контрольные задания для проведения промежуточной аттестации

3.1 Вопросы к зачёту

1. Основные принципы математического моделирования и этапы построения математических моделей. Требования, предъявляемые к математическим моделям.
2. Вывод простейших уравнений, моделирующих природно-экологические или технические системы (по выбору).
3. Построение моделей химических и биологических процессов (примеры).
4. Понятие динамической системы, основные понятия. Классификация динамических систем.
5. Линейные динамические системы, их свойства. Принцип суперпозиции.
6. Системы линейных дифференциальных уравнений. Матричная форма представления. Задача Коши. Общее решение.
7. Системы дифференциальных уравнений. Связь между системами дифференциальных уравнений и уравнениями высших порядков.
8. Собственные числа и собственные векторы матрицы, их содержательный смысл применительно к анализу линейных систем.
9. Определение устойчивости решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.
10. Устойчивость стационарных состояний. Анализ устойчивости линейных систем.
11. Нелинейные системы. Точки неподвижности. Линеаризация нелинейных систем в окрестности точки неподвижности.
12. Исследование устойчивости нелинейных систем по линейному приближению.
13. Метод функций Ляпунова для исследования устойчивости. Теоремы Ляпунова и теорема Четаева об устойчивости.
14. Определение стационарного состояния и исследование его устойчивости для дифференциальных уравнений, описывающих химические реакции.
15. Предельные циклы двумерных динамических систем, условия их устойчивости.
16. Поведение систем вдали от равновесия. Понятие точки бифуркации. Различные виды бифуркации, бифуркационные диаграммы.
17. Хаотическое поведение динамических систем. «Странные аттракторы». Показатели Ляпунова.
18. Динамические системы с дискретным временем. Пример перехода к хаотическому поведению.
19. Использование пакета Mathcad для решения систем дифференциальных уравнений.
20. Численное моделирование динамических систем, методы и проблемы.

К зачету допускаются студенты, выполнившие все формы текущего контроля. При сдаче зачета, студент получает два вопроса из перечня, приведенного выше и практической задание аналогичное заданиям контрольных работ.

Время подготовки студента к устному ответу на вопросы - до 45 мин.

3.2 Состав контрольных работ

Типовой вариант контрольной работы № 1

1. Найдите решение системы линейных дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях.
2. Найдите общее решение системы линейных дифференциальных уравнений.
3. Запишите систему дифференциальных уравнений в нормальной форме.

$$1. \begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 1, \\ \dot{y} = 4x - y; \\ x(0) = 0, \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \dot{x} = x - y - e^{-t}, \\ \dot{y} = 4x - y + te^{-t}. \end{cases} \quad 3. \begin{cases} \ddot{x}_1 + 2\dot{x}_1 - 3\dot{x}_2 - 4x_1 + x_2 = 0, \\ \ddot{x}_2 - 5\dot{x}_1 + 6\dot{x}_2 - 3x_1 - 7x_2 = 0. \end{cases}$$

Типовой вариант контрольной работы № 2

1. Исследуйте устойчивость нулевого решения системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = x & - 2z \\ \dot{y} = 2x - 2y + z \\ \dot{z} = 4x & - 5z \end{cases}$$

2. Найдите стационарные решения и определите их устойчивость. Выпишите системы линейного приближения для каждой стационарной точки.

$$\dot{x} = 2x - x^2 - x^3$$

3. Для заданной системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y(\sqrt{x} - y) \\ \dot{y} = (x - 1)(x - 3y + 2) \end{cases}$$

- найдите стационарные состояния;
- в окрестности каждого стационарного состояния составьте линеаризованную систему;
- по линейному приближению сделайте вывод об устойчивости каждого из стационарных состояний.

3.3 Содержание расчётно-графических работ

Расчётно-графическая работа № 1

1. Определите устойчивость нулевого решения и тип стационарной точки в зависимости от значения параметра a .

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + y \\ \dot{y} = -x + ay \end{cases}$$

2. Показав, что функция $L(x,y)$ является функцией Ляпунова для данной системы дифференциальных уравнений, докажите устойчивость нулевого решения этой системы.

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - 2y^3 \\ \dot{y} = x - y^3 \end{cases}, \quad L(x, y) = \frac{x^2 + y^4}{2}.$$

3. Проверив, что функция $V(x,y)$ удовлетворяет условиям теоремы Ляпунова о неустойчивости или условиям теоремы Четаева, докажите неустойчивость нулевого

решения данной системы дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y + xy \\ \dot{y} = x - y + xy \end{cases}, \quad V(x, y) = xy.$$

4. Построив функцию Ляпунова, докажите устойчивость нулевого решения системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases}.$$

Расчётно-графическая работа № 2

1. По заданному условию составить математическую модель процесса (дифференциальное уравнение или систему дифференциальных уравнений).

2. Найти точное (аналитическое) решение математической задачи.

3. Найти численное решение математической задачи, построить его график и сравнить с точным решением.

4. Сделать вывод об особенностях моделируемого процесса.

3.4 Содержание теста по дисциплине «Математические методы исследования динамических систем»

1. Какая пара функций является решением системы линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases} ?$$

a) $\begin{cases} x = e^t + e^{-t} \\ y = 4e^t - e^{-t} \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 4e^{2t} + e^{-t} \\ y = e^{2t} - e^{-t} \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 4e^{2t} + e^t \\ y = e^{2t} + e^t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = e^{2t} - e^{-t} \\ y = 3e^{2t} + e^{-t} \end{cases}$

2. Указать устойчивое стационарное состояние одномерной автономной системы

$$\dot{x} = x^3 - 4x^2 + 3x.$$

a) $x = -1$ b) $x = 0$ c) $x = 1$ d) $x = 2$ e) $x = 3$.

3. Какие из приведённых ниже динамических систем являются автономными?

a) $\begin{cases} \dot{x} = 2xy \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = x + t \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dot{x} = tx - y \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$

4. Какие из приведённых ниже динамических систем являются линейными?

a) $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y^2 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + 1 \\ \dot{y} = 2x + y + t \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dot{x} = xy \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$ d) $\dot{x} = x(1 - x)$

5. Какие из приведённых ниже состояний системы

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y^2 \\ \dot{y} = (y - 2)(y + x^2) \end{cases}$$

являются стационарными?

a) (1;-1) b) (2;-2) c) (-2;2) d) (0;0) e) (0;2) f) (1;1).

6. Для каких из приведённых ниже линейных динамических систем нулевое состояние является устойчивым?

a) $\begin{cases} \dot{x} = -x - 3y \\ \dot{y} = -x + y \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dot{x} = -2x - y \\ \dot{y} = 3x + y \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dot{x} = -x + y \\ \dot{y} = -2x + 2y \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = -4x + y \end{cases}$

7. Для каких из приведённых ниже нелинейных динамических систем нулевое состояние является устойчивым?

a) $\begin{cases} \dot{x} = x + xy \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y \\ \dot{y} = 2x - 3y \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dot{x} = -x + y^2 \\ \dot{y} = 3x - 2y \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 3y \\ \dot{y} = x - y + xy \end{cases}$

8. Какое значение параметра u соответствует точке бифуркации системы

$$\dot{x} = (1-x)(x^2 - 2x + u) ?$$

a) $u = -2$ b) $u = -1$ c) $u = 0$ d) $u = 1$ e) $u = 2$.

9. Пусть функция $V(x, y) = x^2 + y^2$ используется в качестве функции Ляпунова для доказательства устойчивости нулевого состояния системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + y \\ \dot{y} = x - 2y \end{cases}.$$

Какое выражение соответствует её полной производной?

a) $\frac{dV}{dt} = 4x^2 - 4y^2$ b) $\frac{dV}{dt} = -2(x^2 - xy + y^2)$

c) $\frac{dV}{dt} = 4(x^2 + xy + y^2)$ d) $\frac{dV}{dt} = -4(x^2 + y^2)$

e) $\frac{dV}{dt} = -4(x^2 - xy + y^2)$

10. Пусть химическая реакция протекает по схеме $X + 2Y \rightarrow Z$. Какое из приведённых ниже дифференциальных уравнений описывает изменение концентрации вещества X ?

a) $\frac{dx}{dt} = xy^2$ b) $\frac{dx}{dt} = x + 2y$ c) $\frac{dx}{dt} = -xy^2$ d) $\frac{dx}{dt} = -x - 2y$

e) $\frac{dx}{dt} = -x - y^2$ f) $\frac{dx}{dt} = 2xy$

4. Методические материалы для определения процедур оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с требованиями СПП

СТО СПбГТИ(ТУ) 016-2015. КС УКВД. Порядок проведения зачетов и экзаменов.